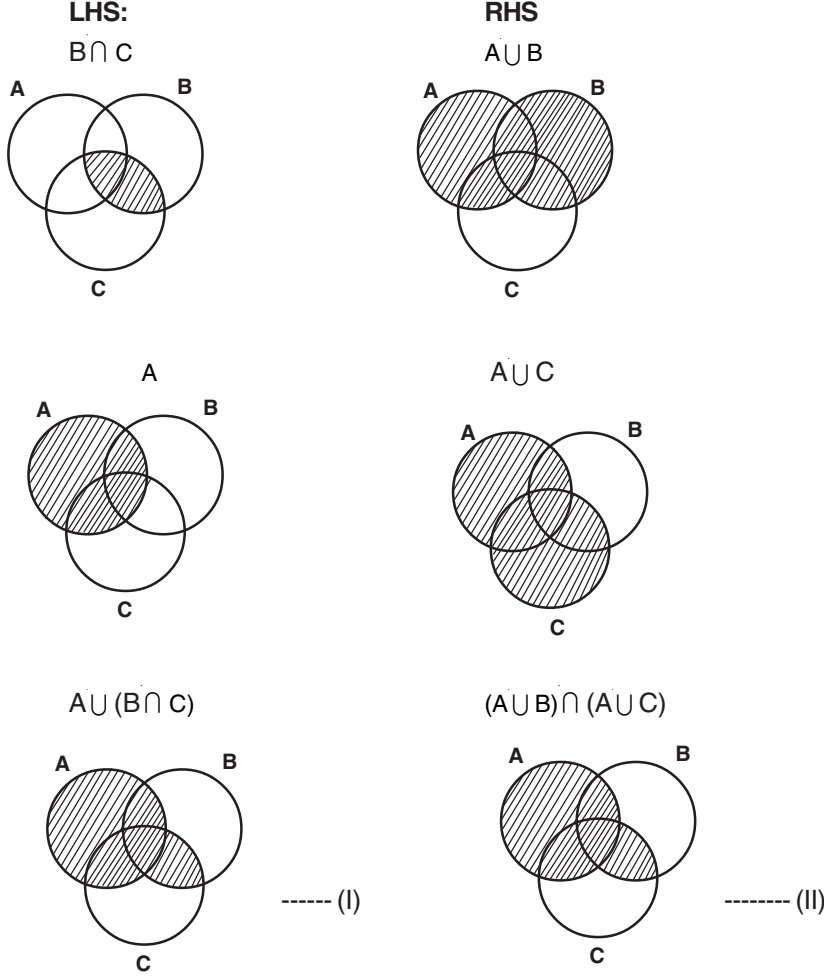


ஐந்து மதிப்பெண் வினாக்கள்

1. கணங்களும் சார்புகளும்

1. வென்படங்களைப் பயன்படுத்தி பின்வருவற்றைச் சரியான சேதித்துப் பார்க்க. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$.
தீர்வு :



$$I = II$$

$$LHS = RHS$$

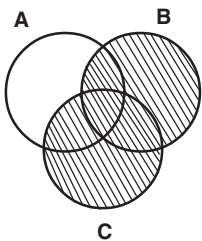
$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C).$$

2. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.

தீர்வு:

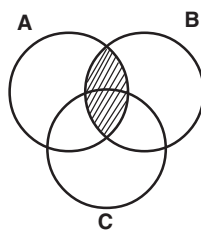
LHS

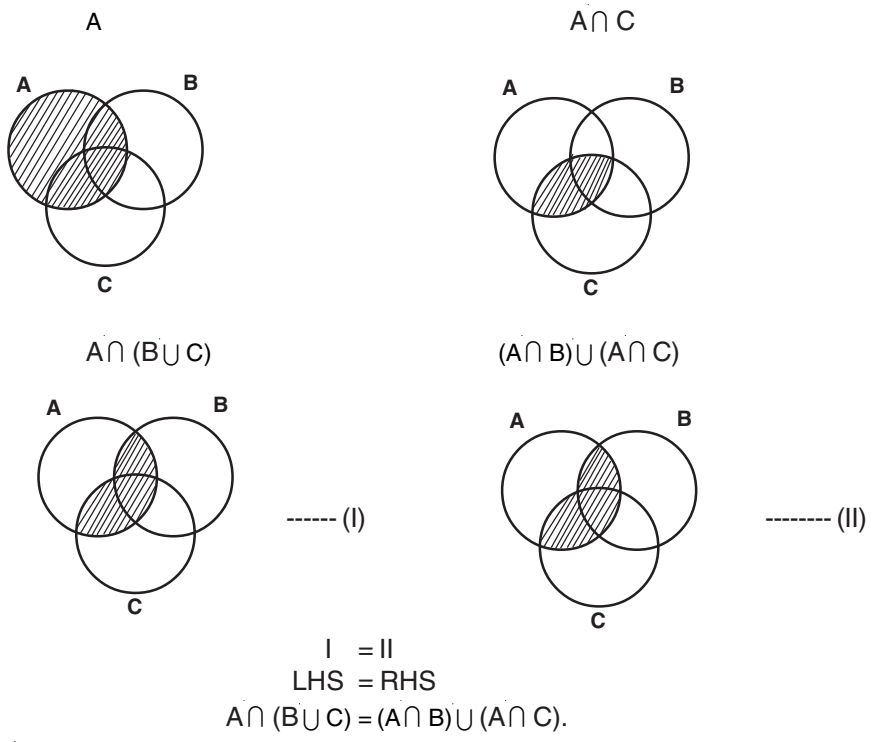
$B \cup C$



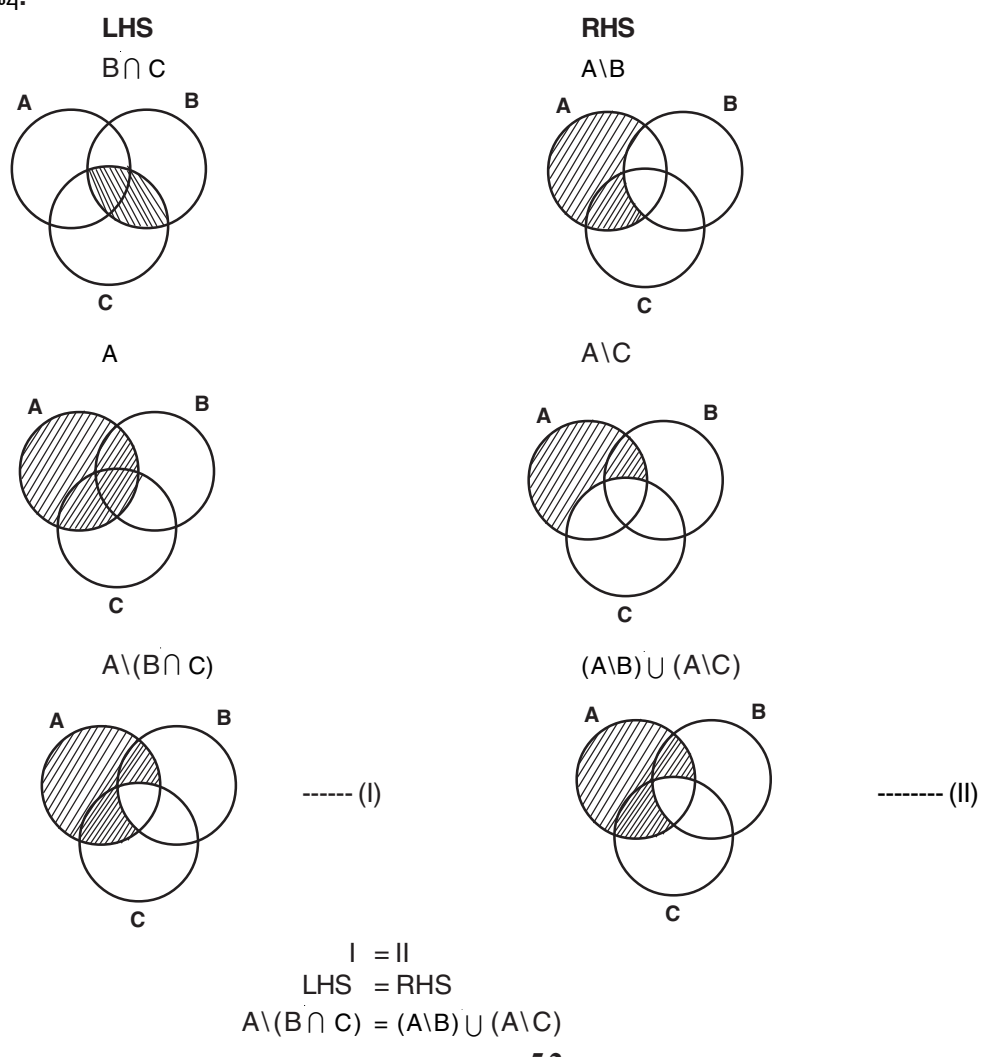
RHS

$A \cap B$



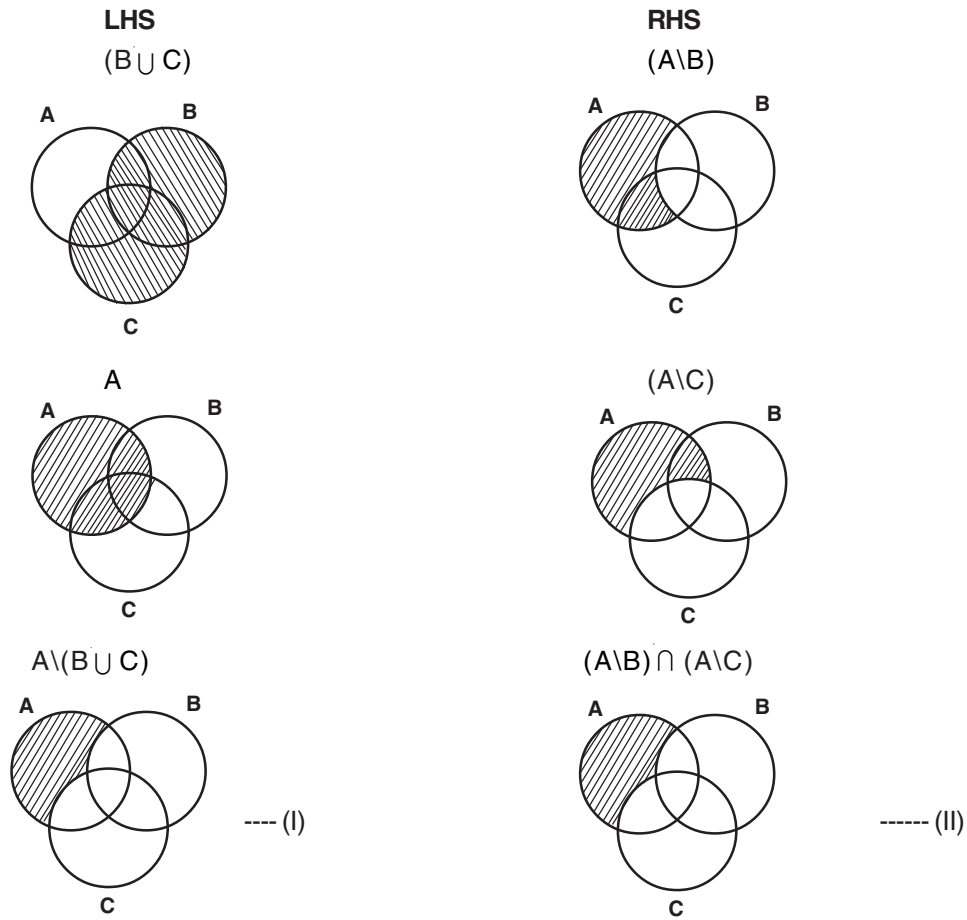


3. $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$.
 தீர்வு:



4. $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$

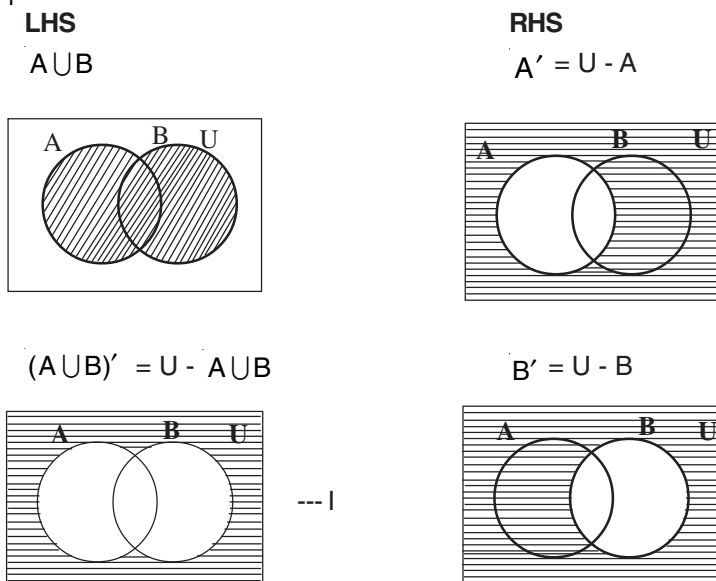
தீர்வு:

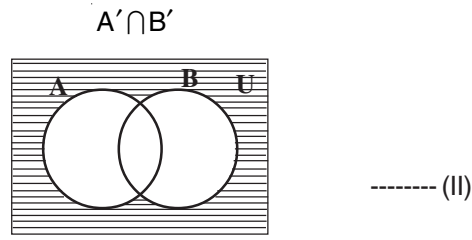


$I = II$
 $LHS = RHS$
 $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$

5. $(A \cup B)' = A' \cap B'$

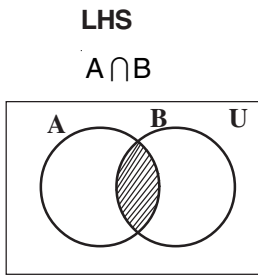
தீர்வு:



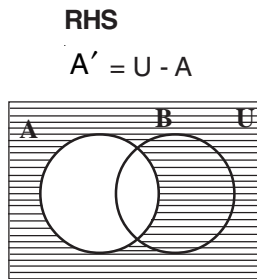
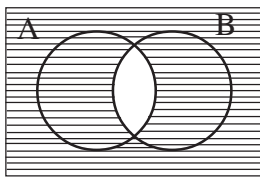


I = II
LHS = RHS
 $(A \cup B)' = A' \cap B'$

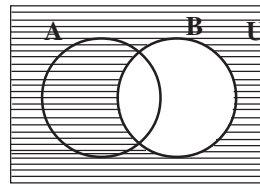
6. $(A \cap B)' = A' \cup B'$
தீர்வு:



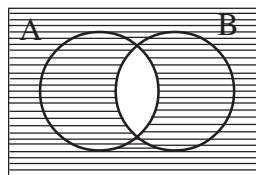
$(A \cap B)' = U - A \cap B$



$B' = U - B$



$A' \cup B'$



I = II
LHS = RHS
 $(A \cap B)' = A' \cup B'$

7. $U = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots, 10\}$, $A = \{-2, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 3, 5, 8, 9\}$ டு மார்கன் கண நிரப்பி விதிகளைச் சரிபார்.
தீர்வு டுமார்கன் கண நிரப்பு i) $(A \cup B)' = A' \cap B'$ ii) $(A \cap B)' = A' \cup B'$

i) **L.H.S.** = $(A \cup B)'$

$$A \cup B = \{-2, 2, 3, 4, 5\} \cup \{1, 3, 5, 8, 9\}$$

$$= \{-2, 1, 2, 3, 4, 5, 8, 9\}$$

$$(A \cup B)' = U \setminus (A \cup B)$$

$$= \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} \setminus \{-2, 1, 2, 3, 5, 8, 9\}$$

$$= \{-1, 0, 6, 7, 10\} \quad \text{----- (I)}$$

$$\begin{aligned}
\text{R.H.S.} &= A' \cap B' \\
A' &= U \setminus A \\
&= \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} \setminus \{-2, 2, 3, 4, 5\} \\
&= \{-1, 0, 1, 6, 7, 8, 9, 10\} \\
B' &= U \setminus B \\
&= \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} \setminus \{1, 3, 5, 8, 9\} \\
&= \{-2, -1, 0, 2, 4, 6, 7, 10\} \\
A' \cap B' &= \{-1, 0, 1, 6, 7, 8, 9, 10\} \cap \{-2, -1, 0, 2, 4, 6, 7, 10\} \\
&= \{-1, 0, 6, 7, 10\} \quad \text{---- (II)} \\
I &= II
\end{aligned}$$

$$(A \cup B)' = A' \cap B'$$

$$\text{ii) } (A \cup B)' = A' \cap B'$$

$$\text{L.H.S.} = (A \cap B)'$$

$$\begin{aligned}
(A \cap B) &= \{-2, 2, 3, 4, 5\} \cap \{1, 3, 5, 8, 9\} \\
&= \{3, 5\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(A \cap B)' &= U \setminus (A \cap B) \\
&= \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} \setminus \{3, 5\} \\
&= \{-2, -1, 0, 1, 2, 4, 6, 7, 8, 9, 10\} \quad \text{---- (I)}
\end{aligned}$$

$$\text{R.H.S.} = A' \cup B'$$

$$A' = U \setminus A$$

$$\begin{aligned}
A' &= \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} \setminus \{-2, 2, 3, 4, 5\} \\
&= \{-1, 0, 1, 6, 7, 8, 9, 10\}
\end{aligned}$$

$$B' = U \setminus B$$

$$\begin{aligned}
B' &= \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} \setminus \{1, 3, 5, 8, 9\} \\
&= \{-2, -1, 0, 2, 4, 6, 7, 10\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A' \cup B' &= \{-1, 0, 1, 6, 7, 8, 9, 10\} \cup \{-2, -1, 0, 2, 4, 6, 7, 10\} \\
&= \{-2, -1, 0, 1, 2, 4, 6, 7, 8, 9, 10\} \quad \text{---- (II)}
\end{aligned}$$

$$I = II$$

$$(A \cap B)' = A' \cup B'$$

$$8. A = \{a, b, c, d, e, f, g, x, y, z\}, B = \{1, 2, c, d, e\}, C = \{d, e, f, g, z, y\} \quad A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$$

தீர்வு:

$$\begin{aligned}
B \cup C &= \{1, 2, c, d, e\} \cup \{d, e, f, g, z, y\} \\
&= \{1, 2, c, d, e, f, g, y\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A \setminus (B \cup C) &= \{a, b, c, d, e, f, g, x, y, z\} \setminus \{1, 2, c, d, e, f, g, y\} \\
&= \{a, b, x, z\} \quad \text{---- (I)}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A \setminus B &= \{a, b, c, d, e, f, g, x, y, z\} \setminus \{1, 2, c, d, e\} \\
&= \{a, b, f, g, x, y, z\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A \setminus C &= \{a, b, c, d, e, f, g, x, y, z\} \setminus \{d, e, f, g, z, y\} \\
&= \{a, b, c, x, z\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(A \setminus B) \cap (A \setminus C) &= \{a, b, f, g, x, y, z\} \cap \{a, b, c, x, z\} \\
&= \{a, b, x, z\} \quad \text{---- (I)}
\end{aligned}$$

$$I = II$$

$$A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$$

9. ஒரு நகரத்தில் 85% மக்கள் தமிழும், 40% பேர் ஆங்கிலமும் மற்றும் 20% பேர் இந்தியும் பேசுகிறார். 32% பேர் ஆங்கிலமும் தமிழும், 13% தமிழும், இந்தியும், 10% ஆங்கிலமும் இந்தியும் பேசுகிறார்கள். மூன்று மொழியும் பேசத்தொரிந்தவர் சதவீதம் காண்க.

தமிழ் - T

ஆங்கிலம் - E

இந்தி - H

{தமிழ் மொழி பேசுபவர்} $n(T) = 85\%$

{ஆங்கில மொழி பேசுபவர்} $n(E) = 40\%$

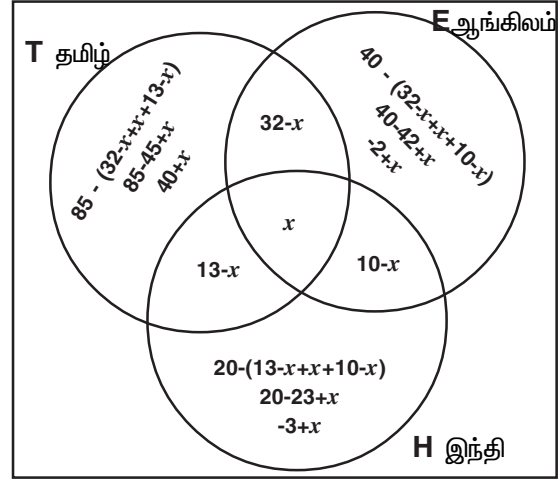
{இந்தி மொழி பேசுபவர்} $n(H) = 20\%$

{தமிழும், ஆங்கிலமும் பேசுபவர்} $n(T \cap E) = 32\%$

{தமிழும், இந்தியும் பேசுபவர்} $n(T \cap H) = 13\%$

{ஆங்கிலமும், இந்தியும் பேசுபவர்} $n(E \cap H) = 10\%$

{மூன்று மொழியும் பேசுபவர்} $n(T \cap E \cap H) = x$



மூன்று மொழியும் பேசத் தொரிந்தவர் சதவீதம்

$$40 + x + 32 - x + 13 - x + x - 2 + x - 3 + x + 10 - x = 100$$

$$95 - 5 + x = 100$$

$$90 + x = 100$$

$$x = 100 - 90$$

$$x = 10\%$$

மூன்று மொழியும் பேசத் தொரிந்தவர் சதவீதம் = 10%

10. 170 வாடிக்கையாளர்களில் 115 பேர் தொலைக்காட்சி, 110 பேர் வானொலி, 130 பேர் பத்திரிக்கையையும் பயன்படுத்துகிறார்கள் என்பதை ஒரு விளம்பர நிறுவனம் கண்டறிந்தது. 85 பேர் தொலைக்காட்சி மற்றும் பத்திரிக்கை, 75 பேர் தொலைக்காட்சி மற்றும் வானொலி, 95 பேர் வானொலி மற்றும் பத்திரிக்கையையும் 70 பேர் மூன்றினையும் பயன்படுத்துகிறார்கள்.

(i) வானொலி மட்டும் (ii) தொலைக்காட்சி மட்டும்

(iii) தொலைக்காட்சி மற்றும் பத்திரிக்கையை பயன்படுத்தி வானொலி பயன்படுத்தாதவர்கள் காண்க.

தொலைக்காட்சி = T

வானொலி = R

பத்திரிக்கை = M

$$n(T) = 115$$

$$n(R) = 110$$

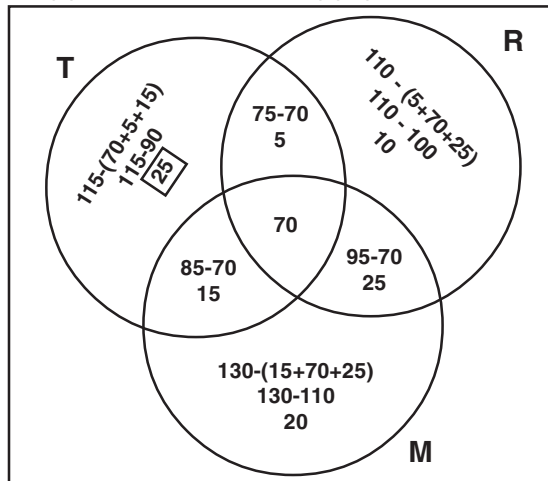
$$n(M) = 130$$

$$n(T \cap M) = 85$$

$$n(T \cap R) = 75$$

$$n(R \cap M) = 95$$

$$n(T \cap R \cap M) = 70$$



i) வானொலி மட்டும் = 10

ii) தொலைக்காட்சி மட்டும் = 25

iii) தொலைக்காட்சி மற்றும் பத்திரிக்கைப் பயன்படுத்தி வானொலி பயன்படுத்தாதவர் = 15

$$11. f(x) = \begin{cases} 4x^2 - 1 & : -3 \leq x < 2 \\ 3x - 2 & : 2 \leq x \leq 4 \\ 2x - 3 & : 4 < x < 7 \end{cases} \text{ பின்வருவனவற்றைக் காண்க, (i) } f(5) + f(6)$$

$$\text{ii) } f(1) - f(-3) \quad \text{iii) } f(-2) - f(4) \quad \text{iv) } \frac{f(3)+f(-1)}{2f(6)-f(1)}$$

தீர்வு:

$$f(x) = \begin{cases} 4x^2 - 1 & : -3 \leq x < 2 \quad (-3, -2, -1, 0, 1) \\ 3x - 2 & : 2 \leq x \leq 4 \quad (2, 3, 4) \\ 2x - 3 & : 4 < x < 7 \quad (5, 6) \end{cases}$$

$$\text{i) } f(5) + f(6) = ?$$

$$f(x) = 2x - 3$$

$$f(5) = 2 \times 5 - 3$$

$$= 10 - 3$$

$$f(5) = 7$$

$$f(6) = 2 \times 6 - 3$$

$$= 12 - 3$$

$$f(6) = 9$$

$$f(5) + f(6) = 7 + 9$$

$$f(5) + f(6) = 16$$

$$\text{ii) } f(1) - f(-3) = ?$$

$$f(x) = 4x^2 - 1$$

$$f(1) = 4 \times 1^2 - 1$$

$$= 4 - 1$$

$$f(1) = 3$$

$$f(-3) = 4 \times (-3)^2 - 1$$

$$= 4 \times 9 - 1$$

$$= 36 - 1$$

$$f(-3) = 35$$

$$f(1) - f(-3) = 3 - 35$$

$$f(1) - f(-3) = -32$$

$$\text{iii) } f(-2) - f(4)$$

$$f(x) = 4x^2 - 1$$

$$f(-2) = 4 \times (-2)^2 - 1$$

$$= 4 \times 4 - 1$$

$$= 16 - 1$$

$$f(-2) = 15$$

$$f(x) = 3x - 2$$

$$f(4) = 3 \times 4 - 2$$

$$= 12 - 2$$

$$f(4) = 10$$

$$f(-2) - f(4) = 15 - 10$$

$$f(-2) - f(4) = 5$$

$$iv) \frac{f(3)+f(-1)}{2f(6)-f(1)} = ?$$

$$f(3) + f(-1)$$

$$f(x) = 3x - 2$$

$$f(3) = 3 \times 3 - 2 \\ = 9 - 2$$

$$f(3) = 7$$

$$f(x) = 4x(-1)^2 - 1 \\ = 4 - 1$$

$$f(-1) = 3$$

$$f(3) + f(-1) = 7 + 3$$

$$f(3) + f(-1) = 10$$

$$2f(6) - f(-1) = 10$$

$$2f(6) - f(1) = ?$$

$$2(x) = 2x - 3$$

$$f(6) = 2 \times 6 - 3 \\ = 12 - 3$$

$$f(6) = 9$$

$$2f(6) = 18$$

$$f(1) = 4 \times 1^2 - 1 \\ = 4 - 1$$

$$f(1) = 3$$

$$2f(6) - f(1) = 18 - 3 \\ = 15$$

$$\frac{f(3)+f(-1)}{2f(6)-f(1)} = \frac{10}{15}$$

$$\text{Ans: } \frac{2}{3}$$

12. $A = \{ 0, 1, 2, 3 \}$, $B = \{ 1, 3, 5, 7, 9 \}$ இரு கணங்கள் $f : A \rightarrow B$ என்னும் சார்பு $f(x) = 2x + 1$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இச்சார்பினை (i) வரிசை சோடிகளின் கணம் (ii) அட்டவணை (iii) அம்புக்குறிப்படம் (iv) வரைபடம் ஆகியவற்றால் குறிப்பிடுக,

தீர்வு

$$f(x) = 2x + 1$$

$$f(0) = 2 \times 0 + 1 = 0 + 1 = 1$$

$$f(1) = 2 \times 1 + 1 = 2 + 1 = 3$$

$$f(2) = 2 \times 2 + 1 = 4 + 1 = 5$$

$$f(3) = 2 \times 3 + 1 = 6 + 1 = 7$$

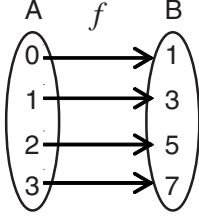
- (i) வரிசை சோடிகளின் கணம்

$$\{ (0, 1), (1, 3), (2, 5), (3, 7) \}$$

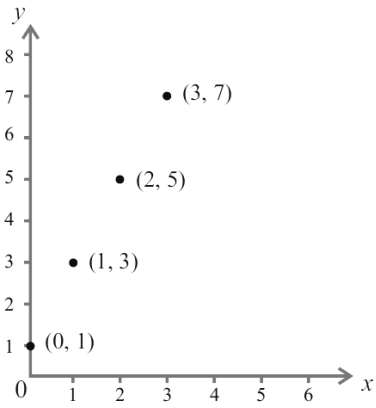
(ii) அட்டவணை

x	0	1	2	3
f(x)	1	3	5	7

(iii) அம்புக்குறி படம்



(iv) வரைபடம்



$$13. f(x) = \begin{cases} 1+x & 1 \leq x < 2 \\ 2x-1 & 2 \leq x < 4 \\ 3x^2-10 & 4 \leq x < 6 \end{cases} \quad (1, 6) = \{x \in \mathbb{R}; 1 \leq 6\}$$

(i) f(5) (ii) f(3) (iii) f(1) (iv) f(2) - f(4) (v) 2f(5) - 3f(1) மதிப்புகளைக் காண்க.

தீர்வு:

$$f(x) = \begin{cases} 1+x & 1 \leq x < 2 & (1) \\ 2x-1 & 2 \leq x < 4 & (2, 3) \\ 3x^2-10 & 4 \leq x < 6 & (4, 5) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{i) } f(x) &= 3x^2 - 10 \\ f(5) &= 3 \times 5^2 - 10 \\ &= 3 \times 25 - 10 \\ &= 75 - 10 \\ f(5) &= 65 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ii) } f(x) &= 2x - 1 \\ f(3) &= 2 \times 3 - 1 \\ &= 6 - 1 \\ f(3) &= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{iii) } f(x) &= 1 + x \\ f(1) &= 1 + 1 \\ f(1) &= 2 \end{aligned}$$

$$\text{iv) } f(2) - f(4)$$

$$f(x) = 2x - 1$$

$$f(2) = 2 \times 2 - 1 \\ = 4 - 1$$

$$f(2) = 3$$

$$f(x) = 3x^2 - 10$$

$$f(4) = 3 \times 4^2 - 10 \\ = 3 \times 16 - 10 \\ = 48 - 10$$

$$f(4) = 38$$

$$f(2) - f(4) = 3 - 38$$

$$f(2) - f(4) = -35$$

$$v) 2f(5) - 3f(1)$$

$$2f(5) = 2 \times 65 \\ = 130$$

$$3f(1) = 3 \times 2 \\ = 6$$

$$2f(5) - 3f(1) = 130 - 6$$

$$2f(5) - 3f(1) = 124$$

14. $A = \{4, 6, 8, 10\}$ $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ என்க. $f: A \rightarrow B$ $f(x) = \frac{1}{2}x + 1$ வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது. (i) அம்புக்குறிப்படம் (ii) வரிசைச் சோடிகளின் கணம் (iii) அட்டவணை (iv) வரைபடம் ஆகியவற்றின் மூலம் குறிக்க. தீர்வு:

$$f(x) = \frac{1}{2}x + 1$$

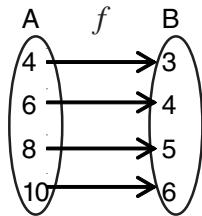
$$f(4) = \frac{1}{2} \times 4 + 1 = 2 + 1 = 3$$

$$f(6) = \frac{1}{2} \times 6 + 1 = 3 + 1 = 4$$

$$f(8) = \frac{1}{2} \times 8 + 1 = 4 + 1 = 5$$

$$f(10) = \frac{1}{2} \times 10 + 1 = 5 + 1 = 6$$

- i) அம்புக்குறிப்படம்

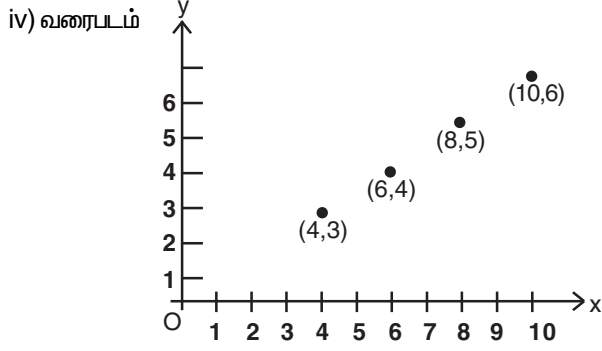


- ii) வரிசைச் சோடிகளின் கணம்

$$f = \{(4, 3) (6, 4) (8, 5) (10, 6)\}$$

- iii) அட்டவணை

x	4	6	8	10
$f(x)$	3	4	5	6



15. $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + 1 & -7 \leq x < -5 \\ x + 5 & -5 \leq x \leq 2 \\ x - 1 & 2 < x < 6 \end{cases}$ பின்வருவனவற்றைக் காண்க.

(i) $2f(-4) + 3f(2)$ ii) $f(-7) - f(-3)$ iii) $\frac{4f(-3) + 2f(4)}{f(-6) - 3f(1)}$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + 1 & -7 \leq x < -5 & (-7, -6) \\ x + 5 & -5 \leq x \leq 2 & (-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2) \\ x - 1 & 2 < x < 6 & (3, 4, 5) \end{cases}$$

i) $2f(-4) + 3f(2)$

$$f(x) = x + 5$$

$$f(-4) = -4 + 5 = 1$$

$$2xf(-4) = 1 \times 2$$

$$2f(-4) = 2$$

$$f(2) = 2 + 5 = 7$$

$$3 \times f(2) = 7 \times 3$$

$$3f(2) = 21$$

$$2f(-4) + 3f(2) = 2 + 21$$

$$2f(-4) + 3f(2) = 23$$

ii) $f(-7) - f(-3)$

$$f(x) = x^2 + 2x + 1$$

$$f(-7) = (-7)^2 + 2x(-7) + 1$$

$$= 49 - 14 + 1$$

$$= 50 - 14$$

$$f(-7) = 36$$

$$f(x) = x + 5$$

$$f(-3) = -3 + 5$$

$$= 2$$

$$f(-3) = 2$$

$$f(-7) - f(-3) = 36 - 2$$

$$f(-7) - f(-3) = 34$$

$$\text{iii) } \frac{4f(-3)+2f(4)}{f(-6)-3f(1)}$$

$$f(x) = x + 5$$

$$f(-3) = -3 + 5 = 2$$

$$4f(-3) = 2 \times 4$$

$$4f(-3) = 8$$

$$f(x) = x - 1$$

$$f(4) = 4 - 1 = 3$$

$$2f(4) = 3 \times 2$$

$$2f(4) = 6$$

$$4f(-3) + 2f(4) = 8 + 6$$

$$4f(-3) + 2f(4) = 14$$

$$f(x) = x^2 + 2x + 1$$

$$f(-6) = (-6)^2 + 2 \times (-6) + 1$$

$$= 36 - 12 + 1$$

$$= 37 - 12$$

$$f(-6) = 25$$

$$f(x) = x + 5$$

$$3(1) = 1 + 5 = 6$$

$$3f(1) = 6 \times 3$$

$$3f(1) = 18$$

$$f(-6) - 3f(1) = 25 - 18$$

$$f(-6) - 3f(1) = 7$$

$$\frac{4f(-3)+2f(4)}{f(-6)-3f(1)} = \frac{14}{7}$$

விடை: 2

16. $A = \{ 6, 9, 15, 18, 21 \}$; $B = \{ 1, 2, 4, 5, 6 \}$ $f: A \rightarrow B$ என்பது $f(x) = \frac{x-3}{3}$ என வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது.

(i) அம்புக்குறிபடம் (ii) வரிசை சோடிகளின் கணம் (iii) அட்டவணை (iv) வரைபடம் குறிக்கவும்.

தீர்வு:

$$f(x) = \frac{x-3}{3}$$

$$f(6) = \frac{6-3}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

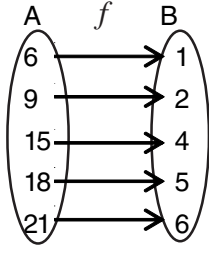
$$f(9) = \frac{9-3}{3} = \frac{6}{3} = 2$$

$$f(15) = \frac{15-3}{3} = \frac{12}{3} = 4$$

$$f(18) = \frac{18-3}{3} = \frac{15}{3} = 5$$

$$f(21) = \frac{21-3}{3} = \frac{18}{3} = 6$$

i) அம்புக்குறிப்படம்



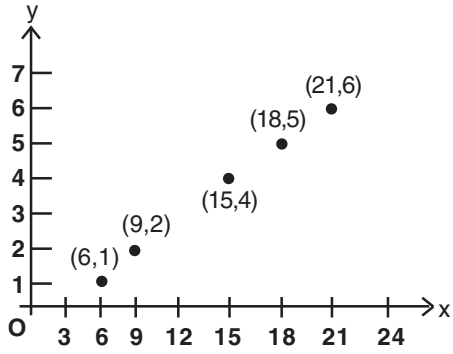
ii) வரிசை சோடிகளின் கணம்

$$f = \{(6, 1), (9, 2), (15, 4), (18, 5), (21, 6)\}$$

iii) அட்டவணை

x	6	9	15	18	21
f(x)	1	2	4	5	6

iv) வரைபடம்



17. $A = \{5, 6, 7, 8\}$, $B = \{-11, -4, 7, -1, -7, -9, -13\}$ என்க. $f = \{(x, y); y = 3-2x, x \in A, y \in B\}$

i) f ன் உறுப்பு ii) அதன் துணை மதிப்பகம் iii) வீச்சகம்

iv) எவ்வகை சார்பு

தீர்வு:

$$y = 3-2x$$

$$x = 5, y = 3-2 \times 5 = 3 - 10 = -7$$

$$x = 6, y = 3 - 2 \times 6 = 3 - 12 = -9$$

$$x = 7, y = 3 - 2 \times 7 = 3 - 14 = -11$$

$$x = 8, y = 3 - 2 \times 8 = 3 - 16 = -13$$

i) f ன் உறுப்புகள்

$$f = \{(5, -7), (6, -9), (7, -11), (8, -13)\}$$

ii) துணை மதிப்பகம் = $\{-11, 4, 7, -10, -7, -9, -13\}$

iii) வீச்சகம் = $\{-7, -9, -11, -13\}$

iv) சார்பின் வகை

ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பு

2. மெய்யெண்களின் தொடர்வரிசைகளும் தொடர்களும்

1. ஒரு கூட்டுத் தொடர் வரிசையில் 10 மற்றும் 18வது உறுப்புகள் முறையே 41 மற்றும் 73 எனில் 27வது உறுப்பைக் காண்க.

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்டது

$$t_{10} = 41 \Rightarrow a + 9d = 41 \text{ ---- (1)}$$

$$t_{18} = 73 \Rightarrow a + 17d = 73 \text{ ---- (2)}$$

$$(1) - (2) \Rightarrow -8d = 32$$

$$d = \frac{-32}{-8}$$

$$d = 4 \text{ ஐ (1) ல் பிரதியிட}$$

$$a + 9d = 41$$

$$a + 9 \times 4 = 41$$

$$a + 36 = 41$$

$$a = 5$$

$$a = 41 - 36$$

$$a = 5$$

$$t_{27} = a + 26d$$

$$a = 5, d = 4 \text{ எனில் } t_{27} = 5 + 26(4)$$

$$= 5 + 104$$

$$t_{27} = 109$$

2. a, b, c ஆகியன கூட்டுத் தொடர் வரிசையில் இருப்பின் $\frac{1}{bc}, \frac{1}{ca}, \frac{1}{ab}$ ஆகியன ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசையில்

இருக்கும் என நிறுவுக.

தீர்வு:

a, b, c ஒரு A.P.

$\div abc$.

$$\frac{a}{abc}, \frac{b}{abc}, \frac{c}{abc} \text{ யும் ஒரு A.P.}$$

$$\frac{1}{bc}, \frac{1}{ca}, \frac{1}{ab} \text{ யும் ஒரு A.P.}$$

3. ஒரு பெருக்குத் தொடர் வரிசையின் நான்காம் உறுப்பு $\frac{2}{3}$ மற்றும் அதன் ஏழாவது உறுப்பு $\frac{16}{81}$ எனில் அப்பெருக்குத் தொடர் வரிசையை காண்க.

$$t_4 = \frac{2}{3} \Rightarrow ar^3 = \frac{2}{3} \text{ ---- (1)}$$

$$t_7 = \frac{16}{81} \Rightarrow ar^6 = \frac{16}{81} \text{ ---- (2)}$$

$$(2) \div (1) \Rightarrow \frac{ar^6}{ar^3} = \frac{16/81}{2/3}$$

$$r^{6-3} = \frac{16}{81} \times \frac{3}{2}$$

$$r^3 = \frac{8}{27}$$

$$r^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^3$$

$$r = \frac{2}{3} \text{ ஐ (1) ல் பிரதியிட}$$

$$ar^3 = \frac{2}{3}$$

$$a \times \left(\frac{2}{3}\right)^3 = 2/3$$

$$a = \frac{2}{3} \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2}$$

$$a = \frac{9}{4}$$

பெருக்குத் தொடர் வரிசை = a, ar, ar²

$$\frac{9}{4}, \left(\frac{9}{4}\right)\left(\frac{2}{3}\right), \left(\frac{9}{4}\right)\left(\frac{2}{3}\right)^2 \dots\dots$$

4. ஒரு பெருக்குத் தொடர்வரிசையில் முதல் மற்றும் ஆறாவது உறுப்புகள் முறையே $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{729}$ எனில் அப்பெருக்குத் தொடர்வரிசையைக் காண்க.

$$a = \frac{1}{3}$$

$$t_6 = \frac{1}{729} \quad ar^5 = \frac{1}{729}$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)r^5 = \frac{1}{729}$$

$$r^5 = \frac{1}{729} \times 3$$

$$= \frac{1}{243}$$

$$r^5 = \frac{1}{3^5}$$

$$r^5 = \left(\frac{1}{3}\right)^5$$

$$r = \frac{1}{3}$$

பெருக்குத் தொடர் வரிசை,
= a, ar, ar²

$$= \frac{1}{3}, \left(\frac{1}{3}\right)\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\left(\frac{1}{3}\right)^2 \dots\dots$$

$$= \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27} \dots\dots$$

5. ஒரு பெருக்குத் தொடர் வரிசையில் 4வது மற்றும் 7வது உறுப்புகள் முறையே 54 மற்றும் 1458 எனில், அத்தொடர்வரிசையைக் காண்க.

$$t_4 = 54 \Rightarrow ar^3 = 54 \quad \text{---- (1)}$$

$$t_7 = 1458 \Rightarrow ar^6 = 1458 \quad \text{---- (2)}$$

$$(2) \div (1) \frac{ar^6}{ar^3} = \frac{1458}{54}$$

$$r^3 = 27$$

$$r^3 = (3)^3$$

$$r = 3 \text{ ஐ (1) ல் பிரதியிட}$$

$$ar^3 = 54$$

$$a(3)^3 = 54$$

$$a = \frac{54}{3 \times 3 \times 3}$$

$$a = 2$$

பெருக்குத் தொடர் வரிசை a, ar, ar^2

$$= 2, (2) (3), (2) (3)^2 \dots$$

$$= 2, 6, 18 \dots$$

6. 8 ஆல் வகுபடும் அனைத்து மூன்றிலக்க இயல்எண்களின் கூடுதல் காண்க.

மூன்றிலக்க இயல் எண்கள் 100, 101, 999.

$$a = 104, d = 8, l = 992$$

படி 1 :

$$n = \left(\frac{l - a}{d} \right) + 1$$

$$= \left(\frac{992 - 104}{8} \right) + 1$$

$$= \left(\frac{888}{8} \right) + 1$$

$$= 111 + 1$$

$$n = 112$$

படி 2:

$$S_n = \frac{n}{2} [a + l]$$

$$S_{112} = \frac{112}{2} [104 + 992]$$

$$= 56 \times 1096$$

$$S_{112} = 61376$$

7. 9ஆல் வகுபடும் அனைத்து மூன்றிலக்க இயல் எண்களின் கூடுதல் காண்.

மூன்றிலக்க எண்கள் 100, 101, ... 999.

$$a = 108, d = 9, l = 999$$

படி 1 :

$$n = \left(\frac{l - a}{d} \right) + 1$$

$$= \left(\frac{999 - 108}{9} \right) + 1$$

$$8 \overline{) 100 + 4 = 104} \\ \underline{8} \\ 20 \\ \underline{16} \\ 4+4$$

$$8 \overline{) 999 - 7 = 992} \\ \underline{8} \\ 19 \\ \underline{16} \\ 39 \\ \underline{32} \\ 7$$

$$8 \overline{) 100 + 8} \\ \underline{9} \\ 10 \\ \underline{9} \\ 1+8$$

$$8 \overline{) 999 - 0} \\ \underline{9} \\ 9 \\ \underline{9} \\ 9 \\ \underline{9} \\ 0$$

$$\begin{aligned}
&= \left(\frac{891}{9}\right) + 1 \\
&= 99 + 1 \\
n &= 100
\end{aligned}$$

படி 2:

$$\begin{aligned}
S_n &= \frac{n}{2}[a + \ell] \\
S_{100} &= \frac{100}{2}[108 + 999] \\
&= 56 \times 1107 \\
S_{100} &= 55350
\end{aligned}$$

8. 300க்கும் 500க்கும் இடையேயுள்ள 11 ஆல் வகுபடும் அனைத்து இயல் எண்களின் கூட்டற்பலனைக் காண்க.
 $a = 308, d = 11, l = 495$

படி 1 :

$$\begin{aligned}
n &= \left(\frac{\ell - a}{d}\right) + 1 \\
&= \left(\frac{495 - 308}{11}\right) + 1 \\
&= \left(\frac{187}{11}\right) + 1 \\
&= 17 + 1 \\
n &= 18
\end{aligned}$$

படி 2:

$$\begin{aligned}
S_n &= \frac{n}{2}[a + \ell] \\
S_{18} &= \frac{18}{2}[308 + 495] \\
&= 9 \times 803 \\
S_{18} &= 7227
\end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
27 \\
11 \overline{) 300 + 8 = 308} \\
\underline{22} \\
80 \\
\underline{77} \\
3+8
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
45 \\
11 \overline{) 499 - 4 = 495} \\
\underline{44} \\
59 \\
\underline{55} \\
4
\end{array}$$

9. 100க்கும் 200க்கும் இடையேயுள்ள 5ஆல் வகுபடாத அனைத்து இயல் எண்களின் கூட்டற்பலனைக் காண்க.
5ஆல் வகுபடும் இயல் எண்களின் கூடுதல் $105 + 110 + \dots + 195, a = 105, d = 5, \ell = 195$

படி 1 :

$$\begin{aligned}
n &= \left(\frac{\ell - a}{d}\right) + 1 \\
&= \left(\frac{195 - 105}{5}\right) + 1 \\
&= \left(\frac{90}{5}\right) + 1 \\
&= 18 + 1 \\
n &= 19 \\
S_n &= \frac{n}{2}[a + \ell] \\
S_{19} &= \frac{19}{2}[105 + 195]
\end{aligned}$$

$$= 19 \times 150$$

$$S_{19} = 2850$$

படி 2 :

இயல் எண்களின் கூடுதல் $101 + 102 + \dots + 199$

$$\sum n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$101 + 102 + \dots + 199 = (1 + 2 + \dots + 199) - (1 + 2 + \dots + 100)$$

$$= \frac{199 \times 200}{2} - \frac{100 \times 101}{2}$$

$$= 19900 - 5050$$

$$= 14850$$

படி 3:

$$5\text{ஆல் வகுபடாத எண்களின் கூடுதல்} = 14850 - 2850$$

$$= 12000$$

10. $6 + 66 + 666 + \dots$ எனும் தொடரில் முதல் n உறுப்புகளின் கூடுதல் காண்.

$$S_n = 6 + 66 + 666 + \dots + n \text{ உறுப்புகள் வரை}$$

$$= 6(1 + 11 + 111 + \dots + n \text{ உறுப்புகள் வரை})$$

$$= \frac{6}{9}(9 + 99 + 999 + \dots + n \text{ உறுப்புகள் வரை})$$

$$= \frac{2}{3}[(10 - 1) + (100 - 1) + (1000 - 1) + \dots + n \text{ உறுப்புகள் வரை}]$$

$$= \frac{2}{3}[(10 + 100 + 1000 + \dots + n \text{ உறுப்புகள் வரை}) - n]$$

$$a = 10, r = 10 > 1$$

$$= \frac{2}{3} \left[\frac{10(10^n - 1)}{10 - 1} - n \right]$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} = \frac{10(10^n - 1)}{10 - 1}$$

$$S_n = \frac{2}{3} \left[\frac{10(10^n - 1)}{9} - n \right]$$

11. $7 + 77 + 777 + \dots$ எனும் தொடரில் முதல் n உறுப்புகளின் கூடுதல் காண்.

$$S_n = 7 + 77 + 777 + \dots + n \text{ உறுப்புகள் வரை}$$

$$= 7(1 + 11 + 111 + \dots + n \text{ உறுப்புகள் வரை})$$

$$= \frac{7}{9}(9 + 99 + 999 + \dots + n \text{ உறுப்புகள் வரை})$$

$$= \frac{7}{9}[(10 - 1) + (100 - 1) + (1000 - 1) + \dots + n \text{ உறுப்புகள் வரை}]$$

$$= \frac{7}{9}[(10 + 100 + 1000 + \dots + n \text{ உறுப்புகள் வரை}) - n]$$

$$a = 10, r = 10 > 1$$

$$= \frac{7}{9} \left[\frac{10(10^n - 1)}{10 - 1} - n \right]$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} = \frac{10(10^n - 1)}{10 - 1}$$

$$S_n = \frac{7}{9} \left[\frac{10(10^n - 1)}{9} - n \right]$$

12. $1 + 11 + 111 + \dots$ 20 உறுப்புகள் வரை எனும் தொடரின் கூடுதல் காண்.

$$S_n = 1 + 11 + 111 + \dots + n \text{ உறுப்புகள் வரை}$$

$$= \frac{1}{9}(9 + 99 + 999 + \dots + n \text{ உறுப்புகள் வரை})$$

$$= \frac{1}{9}[(10 - 1) + (100 - 1) + (1000 - 1) + \dots + n \text{ உறுப்புகள் வரை}]$$

$$= \frac{1}{9} [(10 + 100 + 1000 + \dots + 10^n) - n]$$

$$S_n = \frac{1}{9} \left[\frac{10(10^n - 1)}{10 - 1} - n \right] \quad a = 10, r = 10 > 1$$

$$S_{20} = \frac{1}{9} \left[\frac{10(10^{20} - 1)}{10 - 1} - 20 \right]$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$= \frac{1}{9} \left[\frac{10(10^{20} - 1)}{9} - 20 \right]$$

$$S_{20} = \left[\frac{10}{81} (10^{20} - 1) - \frac{20}{9} \right]$$

13. கூடுதல் காண் $16^2 + 17^2 + 18^2 + \dots + 25^2$

$$\sum n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$16^2 + 17^2 + 18^2 + \dots + 25^2 = (1^2 + 2^2 + \dots + 25^2) - (1^2 + 2^2 + \dots + 15^2)$$

$$= \frac{25 \times 26 \times 51}{6} - \frac{15 \times 16 \times 31}{6}$$

$$= 25 \times 13 \times 17 - 5 \times 8 \times 31$$

$$= 5525 - 1240$$

$$= 4285$$

14. கூடுதல் காண் $16^2 + 17^2 + \dots + 35^2$

$$\sum n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$16^2 + 17^2 + \dots + 35^2 = (1^2 + 2^2 + \dots + 35^2) - (1^2 + 2^2 + \dots + 15^2)$$

$$= \frac{35 \times 36 \times 71}{6} - \frac{15 \times 16 \times 31}{6}$$

$$= 35 \times 6 \times 17 - 5 \times 8 \times 31$$

$$= 14910 - 1240$$

$$= 13670$$

15. 11 செ.மீ, 12 செ.மீ, 13 செ.மீ 24 செ.மீ ஆகியவற்றை முறையே பக்க அளவுகளாகக் கொண்ட 14 சதுரங்களின் மொத்தப்பரப்பு காண்க.

$$\text{பரப்பு} = 11^2 + 12^2 + 13^2 + \dots + 24^2$$

$$\sum n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$11^2 + 12^2 + 13^2 + \dots + 24^2 = (1^2 + 2^2 + \dots + 24^2) - (1^2 + 2^2 + \dots + 10^2)$$

$$= \frac{24 \times 25 \times 49}{6} - \frac{10 \times 11 \times 21}{6}$$

$$= 4 \times 25 \times 49 - 5 \times 11 \times 7$$

$$= 4900 - 385$$

$$= 4515$$

$$\text{பரப்பு} = 4515 \text{ செ.மீ}^2$$

16. 12 செ.மீ, 13 செ.மீ..... 23 செ.மீ ஆகியவற்றை முறையே பக்க அளவுகளாகக் கொண்ட 12 சதுரங்களின் மொத்தப்பரப்பளவுக் காண்க.

தீர்வு :

$$\text{பரப்பு} = 12^2 + 13^2 + 14^2 + \dots + 23^2$$

$$\sum n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$12^2 + 13^2 + \dots + 23^2 = (1^2 + 2^2 + \dots + 23^2) - (1^2 + 2^2 + \dots + 11^2)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{23 \times 24 \times 47}{6} - \frac{11 \times 12 \times 23}{6} \\ &= 23 \times 4 \times 47 - 22 \times 23 \\ &= 4324 - 506 \\ &= 3818 \end{aligned}$$

பரப்பு = 3818 செ.மீ².

17. 16 செ.மீ, 17 செ.மீ, 18 செ.மீ..... 30 செ.மீ ஆகியனவற்றை முறையே பக்க அளவுகளாகக் கொண்ட 15 கனச்சதுரங்களின் கன அளவுகளின் கூடுதல் காண்க.

தீர்வு :

$$\text{கனஅளவு} = 16^3 + 17^3 + 18^3 + \dots + 30^3$$

$$\sum n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2$$

$$16^3 + 17^3 + 18^3 + \dots + 30^3 = (1^3 + 2^3 + \dots + 30^3) - (1^3 + 2^3 + \dots + 15^3)$$

$$= \left(\frac{30 \times 31}{2} \right)^2 - \left(\frac{15 \times 16}{2} \right)^2$$

$$= (15 \times 31)^2 - (15 \times 8)^2$$

$$= (465)^2 - (120)^2$$

$$= (465 + 120)(465 - 120)$$

$$= 585 \times 345$$

$$\text{கன அளவு} = 201825 \text{ செ.மீ}^3$$

18. ஒரு கூட்டுத் தொடர் வரிசையில் அடுத்தடுத்த மூன்று உறுப்புகளின் கூடுதல் 6 மற்றும் அவற்றின் பெருக்குத் தொகை -120 எனில் அம்மூன்று எண்களைக் காண்க.

a - d, a, a+d என்பன கூட்டுத்தொடர் வரிசையின் மூன்று உறுப்புகள் என்க.

$$\text{கூடுதல்} = 6$$

$$a - d + a + a + d = 6$$

$$3a = 6$$

$$a = 6/3$$

$$a = 2$$

$$\text{பெருக்குத் தொகை} = -120$$

$$(a-d)(a)(a+d) = -120$$

$$(a^2 - d^2)a = -120$$

$$a = 2 \text{ ஐ பிரதியிட}$$

$$(2^2 - d^2)2 = -120$$

$$4 - d^2 = \frac{-120}{2}$$

$$-d^2 = -60 - 4$$

$$d^2 = 64$$

$$d = \sqrt{8 \times 8}$$

$$d = \pm 8$$

$$a = 2 \text{ மற்றும் } d = 8 \text{ எனில்}$$

$$\text{மூன்று எண்கள்} = 2 - 8, 2, 2 + 8 \text{ (அல்லது)} = -6, 2, 10$$

$$a = 2 \text{ மற்றும் } d = -8 \text{ எனில்}$$

$$\text{மூன்று எண்கள்} = 2 - (-8), 2, 2 - 8 = 10, 2, -6$$

19. $5 + 11 + 17 + \dots + 95$ என்ற தொடரின் கூடுதல் காண்.

$$a = 5, d = 11-5 = 6; \ell = 95$$

படி 1:

$$\begin{aligned} n &= \left(\frac{\ell - a}{d} \right) + 1 \\ &= \left(\frac{95 - 5}{6} \right) + 1 \\ &= \left(\frac{90}{6} \right) + 1 \\ &= 15 + 1 \\ n &= 16 \end{aligned}$$

படி 2:

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{n}{2} [a + \ell] \\ S_{16} &= \frac{16}{2} [5+95] \\ &= 7 \times 100 \\ S_{16} &= 800 \end{aligned}$$

3. இயற்கணிதம்

1. நீக்கல் முறையை பயன்படுத்தித் தீர்க்க $101x + 99y = 499$, $99x + 101y = 501$

$$101x + 99y = 499 \quad \text{--- (1)}$$

$$99x + 101y = 501 \quad \text{--- (2)}$$

$$(1)+(2) \quad 200x + 200y = 1000$$

$$\div 200$$

$$x + y = 5 \quad \text{--- (3)}$$

$$(1)-(2) \quad 2x - 2y = -2$$

$$\div 2$$

$$x - y = -1 \quad \text{--- (4)}$$

$$(3)+(4) \quad 2x = 4$$

$$x = 4/2 = 2$$

(1) ல் பிரதியிட

$$2 + y = 5$$

$$y = 5 - 2$$

$$y = 3$$

$$x = 2$$

$$y = 3$$

2. காரணிப்படுத்துக : $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$

1	1	-2	-5	6	
	0	1	-1	-6	
3	1	-1	-6	0	(x-1) காரணி
	0	3	6	0	
	1	2	0	0	(x-3) காரணி

(x+2) காரணி

(x - 1), (x - 3), (x+2) காரணிகள் ஆகும்.

3. காரணிப்படுத்துக $4x^3 - 7x + 3$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 4 & 0 & -7 & 3 \\ & 0 & 4 & 4 & -3 \\ \hline & 4 & 4 & -3 & 0 \end{array} \quad (x-1) \text{ காரணி}$$

$$4x^2 + 4x - 3 = (2x + 3)(2x - 1) \text{ காரணிகள்}$$

$\therefore (x-1), (2x-1), (2x+3)$ காரணிகள்.

4. காரணிப்படுத்துக: $x^3 - 7x + 6$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 0 & -7 & 6 \\ & 0 & 1 & 1 & -6 \\ \hline 2 & 1 & 1 & -6 & 0 \\ & 0 & 2 & 6 & \\ \hline & 1 & 3 & 0 & \end{array} \quad \begin{array}{l} (x-1) \text{ காரணி} \\ (x-2) \text{ காரணி} \end{array}$$

$(x+3)$ is a factor

$\therefore (x-1), (x-2), (x+3)$ are factors.

5. காரணிப்படுத்துக: $x^3 - 3x^2 - 10x + 24$

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 1 & -3 & -10 & 24 \\ & 0 & 2 & -2 & -24 \\ \hline -3 & 1 & -1 & -12 & 0 \\ & 0 & -3 & 12 & \\ \hline & 1 & -4 & 0 & \end{array} \quad \begin{array}{l} (x-2) \text{ காரணி} \\ (x+3) \text{ காரணி} \end{array}$$

$(x-4)$ காரணி

$(x-2), (x+3), (x-4)$ காரணிகள்

(குறிப்பு: ஒரு காரணி கண்டபின், ஏனையவற்றை காரணிப்படுத்த இயலவில்லையெனில் அப்படியே எழுதவும் பயிற்சி 3.5ல் உள்ள IV, VIII மற்றும் XI இந்த வகையைச் சாரும்)

6. $P = \frac{x}{x+y}, Q = \frac{y}{x+y}$ எனில் $\frac{1}{P-Q} - \frac{2Q}{P^2-Q^2}$ காண்க.

$$\begin{aligned} \frac{1}{P-Q} - \frac{2Q}{P^2-Q^2} &= \frac{1}{P-Q} - \frac{2Q}{(P+Q)(P-Q)} \\ &= \frac{P+Q-2Q}{(P+Q)(P-Q)} \\ &= \frac{P-Q}{(P+Q)(P-Q)} \\ &= \frac{1}{P+Q} \\ &= \frac{1}{\frac{x}{x+y} + \frac{y}{x+y}} \\ &= \frac{1}{\frac{x+y}{x+y}} \\ &= 1 \end{aligned}$$

7. வர்க்க மூலம் காண்க $(x^2 - 25)(x^2 + 8x + 15)(x^2 - 2x - 15)$
 $= (x + 5)(x - 5)(x + 3)(x + 5)(x - 5)(x + 3)$
 $= (x+5)^2(x-5)^2(x+3)^2$
வர்க்க மூலம் = $|(x + 5)(x - 5)(x + 3)|$

8. வர்க்க மூலம் காண்க $9x^4 + 12x^3 + 10x^2 + 4x + 1$

		3	2	1		
3		9	12	10	4	1
		9				
6	2		12	10		
			12	4		
6	4	1				
				6	4	1
				6	4	1
						0

வர்க்க மூலம் = $|3x^2 + 2x + 1|$

9. வர்க்க மூலம் காண்க $x^4 - 10x^3 + 37x^2 - 60x + 36$

		1	-5	6		
1		1	-10	37	-60	36
		1				
2	-5		-10	37		
			-10	25		
2	-10	6				
				12	-60	36
				12	-60	36
						0

வர்க்க மூலம் = $|x^2 - 5x + 6|$

10. வர்க்க மூலம் காண்க $4 + 25x^2 - 12x - 24x^3 + 16x^4$

திட்ட அமைப்பில் எழுத

$16x^4 - 24x^3 + 25x^2 - 12x + 4$

		4	-3	2		
4		16	-24	25	-12	4
		16				
8	-3		-24	25		
			-24	9		
8	-6	2				
				16	-12	4
				16	-12	4
						0

வர்க்க மூலம் = $|4x^2 - 3x + 2|$

11. $m - nx + 28x^2 + 12x^3 + 9x^4$ ஆனது ஒரு முழு வர்க்கம் எனில் m, n காண்க.

இறங்கு வரிசையில் எழுத

$9x^4 + 12x^3 + 28x^2 - nx + m$

		3	2	4		
3		9	12	28	-n	m
		9				
6	2		12	28		
			12	4		
6	4	4				
				24	-n	m
				24	16	16
						0

முழு வர்க்கம் ஆதலால், $m = 16, n = -16$

12. $ax^4 - bx^3 + 40x^2 + 24x + 36$ ஒரு முழு வர்க்கம் எனில் a மற்றும் b காண்க.

ஏறுவரிசையில் எழுத

$$36 + 24x + 40x^2 - bx^3 + ax^4$$

6	2	3			
6	36	24	40	-b	a
	36				
12	2	24	40		
	24	4			
12	4	3	36	-b	a
	36	12	9		
			0		

முழு வர்க்கம் ஆதலால்

$$a = 9$$

$$b = -12$$

13. ஒரு எண் அதன் தலைகீழி ஆகியவற்றின் கூடுதல் $5\frac{1}{5}$ எனில் அந்த எண்ணைக் காண்க.

தீர்வு :

$$\text{அந்த எண்} = x$$

$$\text{தலைகீழி} = 1/x$$

$$\text{கூடுதல்} = 5\frac{1}{5}$$

$$x + \frac{1}{x} = \frac{26}{5}$$

$$\frac{x^2 + 1}{x} = \frac{26}{5}$$

$$5(x^2 + 1) = 26x$$

$$5x^2 + 5 - 26x = 0$$

$$5x^2 - 26x + 5 = 0$$

$$(5x - 1)(x - 5) = 0$$

$$5x - 1 = 0 \quad \text{or} \quad x = 5$$

$$x = 1/5 \quad \text{or} \quad x = 5$$

$$x = \{1/5, 5\}$$

14. சமன்பாடு $(1+m^2)x^2 + 2mcx + c^2 - a^2 = 0$ ன் மூலங்கள் சமம் எனில் $c^2 = a^2(1+m^2)$ என நிறுவுக.

$$\text{சமன்பாடு } (1+m^2)x^2 + 2mcx + c^2 - a^2 = 0$$

$$a = 1 + m^2, \quad b = 2mc, \quad c = c^2 - a^2$$

$$\text{மூலங்கள் சமம்} = b^2 - 4AC = 0$$

$$(2mc)^2 - 4(1+m^2)(c^2 - a^2) = 0$$

$$4m^2c^2 - 4(c^2 - a^2 + m^2c^2 - m^2a^2) = 0$$

$$4m^2c^2 - 4c^2 + 4a^2 - 4m^2c^2 + 4m^2a^2 = 0$$

$$-4c^2 = -4a^2 - 4m^2a^2 = 0$$

$$\div -4$$

$$c^2 = a^2 + m^2a^2$$

$$c^2 = a^2(1+m^2)$$

$$\therefore c^2 = a^2(1+m^2) \text{ நிரூபிக்கப்பட்டது}$$

குறிப்பு: பயிற்சி 3.5 மற்றும் 3.13 முழுவதும் பார்க்கவும்.

4. அணிகள்

1. $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ மற்றும் $\begin{pmatrix} 2 & -5 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ அணிப்பெருக்கலைப் பொருத்து ஒன்றுக்கொன்று நேர்மாறு அணி என நிறுவுக.

தீர்வு:

$$\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6-5 & -15+15 \\ 2-2 & -5+6 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I$$

$$\begin{pmatrix} 2 & -5 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6-5 & 10-10 \\ -3+3 & -5+6 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I$$

நேர்மாறு அணியாகும்.

2. $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -7 & 5 \end{pmatrix}$ ஒன்றுக்கொன்று பெருக்கல் நேர்மாறு அணி என நிறுவுக.

தீர்வு :

$$AB = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -7 & 5 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 15-14 & -10+10 \\ 21-21 & -14+15 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I$$

$$BA = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -7 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 15-14 & 6-6 \\ -35+35 & -14+15 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I$$

நேர்மாறு அணியாகும்

3. $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$ மற்றும் $B = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ எனில் AB, BA காண். அவை சமமாக இருக்குமா?

தீர்வு:

$$AB = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 9+6 & 0+4 \\ 12+0 & 0+0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 & 4 \\ 12 & 0 \end{pmatrix}$$

$$BA = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 9+0 & 6+0 \\ 9+8 & 6+0 \end{pmatrix} =$$

$$BA = \begin{pmatrix} 9 & 6 \\ 18 & 6 \end{pmatrix}$$

$$AB \neq BA$$

4. $A = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$ மற்றும் $B = (1 \ 3 \ -6)$ எனில் $(AB)^T = B^T A^T$ நிறுவுக.

தீர்வு:

$$AB = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} (1 \ 3 \ -6)$$

$$= \begin{pmatrix} -2 & -6 & 12 \\ 4 & 12 & -24 \\ 5 & 15 & -30 \end{pmatrix}$$

$$(AB)^T = \begin{pmatrix} -2 & 4 & 5 \\ -6 & 12 & 15 \\ 12 & -24 & -30 \end{pmatrix} \quad \text{---- (1)}$$

$$B^T = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -6 \end{pmatrix}$$

$$A^T = (-2 \ 4 \ 5)$$

$$B^T A^T = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -6 \end{pmatrix} (-2 \ 4 \ 5)$$

$$= \begin{pmatrix} -2 & 4 & 5 \\ -6 & 12 & 15 \\ 12 & -24 & -30 \end{pmatrix} \quad \text{--- (2)}$$

$(AB)^T = B^T A^T$ சரிபார்க்கப்பட்டது.

5. $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ எனில் $(AB)^T = B^T A^T$ சரிபார்.

தீர்வு:

$$AB = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 10-2 & -5+2 \\ 14-3 & -7+3 \end{pmatrix}$$

$$AB = \begin{pmatrix} 8 & -3 \\ 11 & -4 \end{pmatrix}$$

$$(AB)^T = \begin{pmatrix} 8 & 11 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} \quad \text{---- (1)}$$

$$B^T = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^T = \begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$B^T A^T = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 10-2 & 14-3 \\ -5+2 & -7+3 \end{pmatrix}$$

$$B^T A^T = \begin{pmatrix} 8 & 11 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} \quad \text{----- (2)}$$

$$(1) = (2)$$

$(AB)^T = B^T A^T$ சரிபார்க்கப்பட்டது.

6. $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ எனில் $A^2 - 4A + 5I_2 = 0$ நிறுவுக.

தீர்வு

$$A^2 = A \times A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1-2 & -1-3 \\ 2+6 & -2+9 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 8 & 7 \end{pmatrix}$$

$$4A = 4 \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 4 & -4 \\ 8 & 12 \end{pmatrix}$$

$$5I_2 = 5 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$$

$$A^2 - 4A + 5I_2 = \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 8 & 7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 & -4 \\ 8 & 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -1-4+5 & -4+4+0 \\ 8-8+0 & 7-12+5 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$A^2 - 4A + 5I_2 = 0$ நிறுவப்பட்டது.

7. $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 6 & 7 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}$ எனில் $A(B+C) = AB + AC$ என்பதை சரிபார்.

தீர்வு:

$$B + C = \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 6 & 7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -5 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 6 \\ 1 & 10 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}
A(B+C) &= \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 6 \\ 1 & 10 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} -3+2 & 18+20 \\ 1+4 & -6+40 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} -1 & 38 \\ 5 & 34 \end{pmatrix} \quad \text{---- (1)}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
AB &= \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 6 & 7 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} -6+12 & 15+14 \\ 2+24 & -5+28 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 6 & 29 \\ 26 & 23 \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

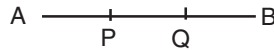
$$\begin{aligned}
AC &= \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -5 & 3 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 3-10 & 3+6 \\ -1-20 & -1+12 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} -7 & 9 \\ -21 & 11 \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
AB + AC &= \begin{pmatrix} 6 & 29 \\ 26 & 23 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -7 & 9 \\ -21 & 11 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} -1 & 38 \\ 5 & 34 \end{pmatrix} \quad \text{---- (2)}
\end{aligned}$$

$A(B+C) = AB + AC$ சரிபார்க்கப்பட்டது

5. ஆயத்தொலைவடிவியல்

1. $A(2,-2)$ மற்றும் $B(-7, 4)$ என்ற புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டுத்துண்டை மூன்று சமபாகங்களாகப் பிரிக்கும் புள்ளிகளைக் காண்க.



P, Q என்பன கோட்டுத்துண்டு AB ஐ மூன்று சமபாகங்களாக $AP = PQ = QB$ என்றவாறு பிரிக்கும் புள்ளிகள் என்க. ஆகவே P என்பது AB ஐ $1 : 2$ என்ற விகிதத்திலும் Q என்பது AB யை $2 : 1$ என்ற விகிதத்திலும் உட்புறமாக பிரிக்கின்றன, பிரிவு சூத்திரத்தின் படி

$$\begin{aligned}
P &= \left(\frac{1 \times (-7) + (2 \times 2)}{1+2}, \frac{(1 \times 4) + 2(-2)}{1+2} \right) \\
&= \left(\frac{-7+4}{3}, \frac{4-4}{3} \right) = (-1, 0)
\end{aligned}$$

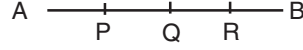
ஆகவே புள்ளி P என்பது $(-1, 0)$ ஆகும்.

$$\begin{aligned}\text{மேலும் Q} &= \left(\frac{2 \times (-7) + (1 \times 2)}{2+1}, \frac{(2 \times 4) + 1 \times (-2)}{2+1} \right) \\ &= (-4, 2)\end{aligned}$$

ஆகவே புள்ளி Q என்பது (-4, 2) ஆகும்.

2. A (-4, 0) மற்றும் (0,6) என்ற புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டுத்துண்டை நான்கு சமபாகங்களாகப் பிரிக்கும் புள்ளிகளைக் காண்க.

P,Q,R என்பன AB என்ற கோட்டுத்துண்டை நான்கு சமபாகங்களாக பிரிக்கும் புள்ளிகள் என்க.



Q என்பது AB ன் மையப்புள்ளி

$$\text{எனவே Q} = \left(\frac{-4+0}{2}, \frac{0+6}{2} \right) = (-2, 3)$$

P என்பது AQ ன் மையப்புள்ளி

$$P = \left(\frac{-4-2}{2}, \frac{0+3}{2} \right)$$

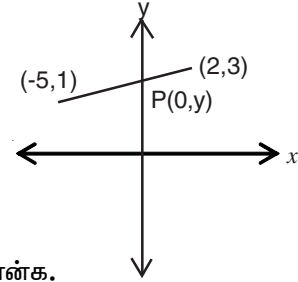
$$P = \left(\frac{-6}{2}, \frac{3}{2} \right) = \left(-3, \frac{3}{2} \right)$$

R என்பது QB ன் மையப்புள்ளி

$$R = \left(\frac{-2+0}{2}, \frac{3+6}{2} \right) = \left(-1, \frac{9}{2} \right)$$

ஆகவே தேவையான புள்ளிகள் $P = \left(-3, \frac{3}{2} \right)$ $Q = (-2, 3)$ $R = \left(-1, \frac{9}{2} \right)$.

3. (-5, 1) மற்றும் (2, 3) என்ற புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டுத்துண்டை y அச்சு பிரிக்கும் விகிதத்தையும் மற்றும் பிரிக்கும் புள்ளியையும் காண்க.



A (-5, 1) மற்றும் B(2, 3) என்பன கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகள்

P (0, y) என்பது ABயை l: m என்ற விகிதத்தில் உட்புறமாக பிரிக்கிறது என்க.

$$P(0, y) = P \left(\frac{(l \times 2) + (m \times (-5))}{l+m}, \frac{(l \times 3) + (m \times 1)}{l+m} \right) \text{ ---- (1)}$$

$$P(0, y) = P \left(\frac{2l - 5m}{l+m}, \frac{3l + m}{l+m} \right) \text{ ---- (1)}$$

x அச்சுத்தொலைவுகளை சமப்படுத்த

$$\frac{2l - 5m}{l+m} = 0 \Rightarrow 2l - 5m = 0 \Rightarrow \frac{l}{m} = \frac{5}{2}$$

எனவே தேவையான விகிதம் l:m = 5:2 மேலும் I லிருந்து நாம் பெறுவது

$$P(0, y) = P \left(0, \frac{(5 \times 3) + (2 \times 1)}{5+2} \right)$$

$$= P \left(0, \frac{17}{7} \right)$$

ஆகவே, y அச்ச பிரிக்கும் புள்ளி $\left(0, \frac{17}{7} \right)$ ஆகும்,

$$l : m = 5 : 2 \text{ மற்றும் } P(0, y) = P \left(0, \frac{17}{7} \right)$$

4. ஒரு முக்கோணத்தின் முனைகள் $(1, -1)$, $(0, 4)$ மற்றும் $(-5, 3)$ எனில் அம்முக்கோணத்தின் நடுக்கோடுகளின் நீளங்களைக் கணக்கிடவும்.

தீர்வு:

A $(1, -1)$, B $(0, 4)$ C $(-5, 3)$ என்பன முக்கோணத்தின் உச்சிகள் D, E, F என்பன முறையே BC, AC, AB ன் மையப்புள்ளிகள் என்க.

$$\text{எனவே BCன் மையப்புள்ளி D} = \left(\frac{0-5}{2}, \frac{4+3}{2} \right) = D \left(\frac{-5}{2}, \frac{7}{2} \right)$$

$$\text{ACன் மையப்புள்ளி E} = \left(\frac{1-5}{2}, \frac{-1+3}{2} \right) = E (-2, 1)$$

$$\text{ABன் மையப்புள்ளி F} = \left(\frac{1+0}{2}, \frac{-1+4}{2} \right) = F \left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2} \right)$$

$$\text{ஆகவே நடுக்கோடு ADன் நீளம் AD} = \sqrt{\left(1 + \frac{5}{2} \right)^2 + \left(-1 - \frac{7}{2} \right)^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{7}{2} \right)^2 + \left(\frac{-9}{2} \right)^2} = \sqrt{\frac{49}{4} + \frac{81}{4}} = \sqrt{\frac{130}{4}}$$

$$\text{நடுக்கோடு BEன் நீளம்} = \sqrt{(2-0)^2 + (1-4)^2} = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$$

$$\text{நடுக்கோடு CFன் நீளம்} = \sqrt{\left(\frac{1}{2} + 5 \right)^2 + \left(\frac{3}{2} - 3 \right)^2} = \sqrt{\left(\frac{11}{2} \right)^2 + \left(\frac{-3}{2} \right)^2} = \sqrt{\frac{121}{4} + \frac{9}{4}} = \sqrt{\frac{130}{4}}$$

ஆகவே ΔABC ன் நடுக்கோடுகளின் நீளங்கள் $\frac{\sqrt{130}}{2}$, $\sqrt{13}$, $\frac{\sqrt{130}}{2}$ ஆகும்.

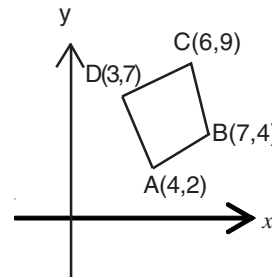
5. $(6, 9)$, $(7, 4)$, $(4, 2)$ மற்றும் $(3, 7)$ ஆகியவற்றை முனைகளாகக் கொண்ட நாற்கரங்களின் பரப்பளவுகளைக் காண்க.

கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகளை கடிக்கார முன்னோட்ட திசைக்கு எதிர்திசையில் அமையுமாறு வரிசையாக படத்தில் குறிக்கவும்

A $(4, 2)$, B $(7, 4)$, C $(6, 9)$, D $(3, 7)$.

நாற்கரம் ABCDன் பரப்பு

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \left\{ \begin{array}{cccc} 4 & 7 & 6 & 3 \\ 2 & 4 & 9 & 7 \end{array} \right\} \\ &= \frac{1}{2} [(16 + 63 + 42 + 6) - (14 + 24 + 27 + 28)] \\ &= \frac{1}{2} [127 - 93] \\ &= \frac{1}{2} \times 34 \\ &= 17 \end{aligned}$$

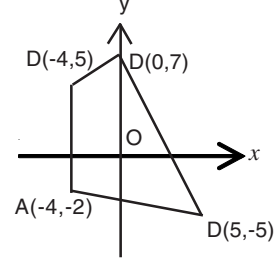


ஆகவே நாற்கரம் ABCD ன் பரப்பு 17 ச.அலகுகள்

6. $(-4, 5)$ $(0,7)$ $(5,-5)$ மற்றும் $(-4,-2)$ முனைகளாகக் கொண்ட நாற்கரங்களின் பரப்பளவு காண்.
கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகளை கடிசார முள்ளோட்ட திசைக்கு எதிர்த்திசையில் அமையுமாறு வரிசையாக படத்தில் குறிக்கவும்.

$A(-4, 5)$ $B(0,7)$ $C(5,-5)$ $D(-4,-2)$ என்க. நாற்கரம் ABCD ன் பரப்பு.

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} -4 & 5 & 0 & -4 & -4 \\ -2 & -5 & 7 & 5 & -2 \end{Bmatrix} \\ &= \frac{1}{2} [(20+35+0+8) - (-10+0-28-20)] \\ &= \frac{1}{2} [63 + 58] \\ &= \frac{1}{2} \times 121 \\ &= 60.5 \end{aligned}$$



ஆகவே, நாற்கரம் ABCDன் பரப்பு 60.5 ச.அலகுகள்.

7. $(2, -5)$ $(3, -4)$ மற்றும் $(9, k)$ ஒரு கோடமை எனில் k ன் மதிப்பைக் காண்.

$A(2, -5)$ $B(3, -4)$ $C(9, k)$ என்பன கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகள் என்க.

மூன்று புள்ளிகளும் ஒரே நேர்க்கோட்டில் அமைவதால் ΔABC ன் பரப்பு பூச்சியம் ஆகும்.

$$\Delta = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & 3 & 9 & 2 \\ -5 & -4 & k & 5 \end{bmatrix} = 0$$

$$\Delta = \frac{1}{2} [(-8 + 3k - 45) - (-15 - 36 + 2k)] = 0$$

$$\Delta = \frac{1}{2} [-53 + 3k + 51 - 2k] = 0$$

$$\Delta = -2 + k = 0$$

$$k - 2 = 0$$

$$k = 2$$

ஆகவே k ன் மதிப்பு 2.

8. ஒரு முக்கோணத்தின் முனைகள் $(0, -1)$, $(2, 1)$ மற்றும் $(0, 3)$ எனில் இதன் பக்கங்களின் நடுப்புள்ளிகளை இணைத்து உருவாக்கும் முக்கோணத்தின் பரப்பு காண். மேலும் இச்சிறிய முக்கோணத்தின் பரப்பளவிற்கும் கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணத்தின் பரப்பளவிற்கு உள்ள விகிதத்தைக் காண்.

$A(0, -1)$ $B(2, 1)$ மற்றும் $C(0, 3)$ என்பன முக்கோணத்தின் உச்சிகள் மேலும் D, E, F என்பன முறையே BC, CA மற்றும் AB ன் நடுப்புள்ளிகள் என்க.

$$BC \text{ ன் நடுப்புள்ளி } D = \left(\frac{2+0}{2}, \frac{1+3}{2} \right) = D(1, 2)$$

$$AC \text{ ன் நடுப்புள்ளி } E = \left(\frac{0+0}{2}, \frac{3-1}{2} \right) = E(0, 1)$$

$$AB \text{ ன் நடுப்புள்ளி } F = \left(\frac{0+2}{2}, \frac{-1+1}{2} \right) = F(1, 0)$$

$$\Delta DEF \text{ ன் பரப்பு } = \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 2 \end{Bmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} [(1+0+2) - (0+1+0)] = 1 \text{ ச.அலகுகள்}$$

$$\begin{aligned}\Delta ABC \text{ன் பரப்பு} &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & -1 & 1 \end{vmatrix} \\ &= \frac{1}{2} [(6+0+0)-(0+0-2)] \\ &= 4 \text{ ச.அலகுகள்}\end{aligned}$$

ஆகவே ΔDEF மற்றும் ΔABC ன் பரப்புகளின் விகிதம் 1 : 4 ஆகும்.

9. ΔABC ன் முனைகள் $A(1, 8)$, $B(-2, 4)$, $C(8, -5)$. மேலும் M , N என்பன முறையே AB , AC இவற்றின் நடுப்புள்ளிகள் எனில் MN ன் சாய்வைக் காண். இதைக்கொண்டு MN மற்றும் BC ஆகிய நேர்க்கோடுகள் இணை எனக் காட்டுக.

$A(1, 8)$, $B(-2, 4)$, $C(8, -5)$ என்பன முக்கோணத்தின் முனைகள்

$$AB \text{ ன் நடுப்புள்ளி } M = \left(\frac{1-2}{2}, \frac{8+4}{2} \right)$$

$$= \left(\frac{-1}{2}, 6 \right)$$

$$AC \text{ ன் நடுப்புள்ளி } N = \left(\frac{1+8}{2}, \frac{-5+8}{2} \right)$$

$$N = \left(\frac{9}{2}, \frac{3}{2} \right)$$

$$MN \text{ ன் சாய்வு } M_1 = \frac{\frac{3}{2}-6}{\frac{9}{2}+2} = \frac{3-12}{2} \cdot \frac{2}{10} = \frac{-9}{10} \text{ ----- I}$$

$$BC \text{ ன் சாய்வு } M_2 = \frac{-5-4}{8+2} = \frac{-9}{10} \text{ --- II}$$

I மற்றும் II லிருந்து $M_1 = M_2$

ஆகவே, நேர்க்கோடுகள் BC மற்றும் MN ஆகியவை இணையாகும்.

10. $(6, 7)$, $(2, -9)$ மற்றும் $(-4, 1)$ ஆகியன ஒரு முக்கோணத்தின் முனைகள் எனில் முக்கோணத்தின் நடுக்கோடுகளின் சாய்வுகளைக் காண்க.

$A(6, 7)$, $B(2, -9)$ மற்றும் $C(-4, 1)$ ஆகியவை முக்கோணத்தின் முனைகள்

மேலும் D, E, F என்பன முறையே BC, CA மற்றும் AB ன் நடுப்புள்ளிகள் என்க. ஆகவே AD, BE மற்றும் CF ஆகியவை ΔABC நடுக்கோடுகளாகும்.

$$\begin{aligned}BC \text{ ன் நடுப்புள்ளி } D &= \left(\frac{2-4}{2}, \frac{-9+1}{2} \right) \\ &= (-1, -4)\end{aligned}$$

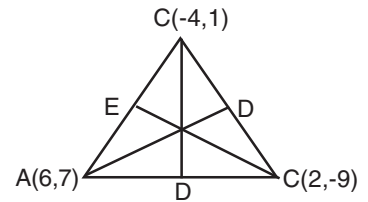
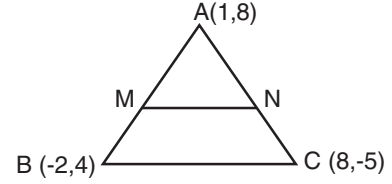
$$CA \text{ ன் நடுப்புள்ளி } E = \left(\frac{-4+6}{2}, \frac{1+7}{2} \right)$$

$$E = (1, 4)$$

$$AB \text{ ன் நடுப்புள்ளி } F = \left(\frac{6+2}{2}, \frac{7-9}{2} \right)$$

$$F = (4, -1)$$

$$\text{எனவே } AD \text{ ன் சாய்வு} = \frac{-4-7}{-1-6} = \frac{-11}{-7} = \frac{11}{7}$$



$$BE \text{ன் சாய்வு} = \frac{4+9}{1-2} = \frac{13}{-1} = -13$$

$$CF \text{ன் சாய்வு} = \frac{-1-1}{4+4} = \frac{-2}{8} = \frac{-1}{4}$$

ஆகவே, நடுக்கோடுகளின் சாய்வுகள் $\frac{11}{7}$, -13 , $\frac{-1}{4}$.

11. A (-2, 3), B (a, 5) ஆகிய புள்ளிகளை இணைக்கும் நேர்க்கோடு மற்றும் C (0, 5) D (-2, 1) ஆகிய புள்ளிகளை இணைக்கும் நேர்க்கோடு ஆகியன இணைக்கோடுகள் எனில் 'a' ன் மதிப்பு காண்.

நேர்க்கோடுகள் AB மற்றும் CD இணை என்பதால் அதன் சாய்வுகள் சமம்.

ஆகவே AB ன் சாய்வு = CD ன் சாய்வு

$$AB \text{ன் சாய்வு} = \frac{5-3}{a+2} = \frac{2}{a+2}$$

$$CD \text{ ன் சாய்வு} = \frac{1-5}{-2-0} = \frac{-4}{-2} = 2$$

AB ன் சாய்வு = CD ன் சாய்வு

$$\frac{2}{a+2} = 2$$

$$a+2 = 1$$

$$a = 1 - 2$$

$$a = -1$$

ஆகவே, a ன் மதிப்பு -1

12. (2, 2) என்ற புள்ளி வழிச் செல்வதும், வெட்டுத்துண்டுகளின் கூடுதல் 9 ஆகவும் கொண்ட நேர்க்கோடுகளின் சமன்பாடுகளைக் காண்.

தீர்வு:

a, b என்பன முறையே நேர்க்கோட்டின் x மற்றும் y ன் வெட்டுத்துண்டுகள் என்க.

ஆகவே $a + b = 9$ அல்லது $b = 9 - a$

$$\text{வெட்டுத்துண்டு அமைப்பிலான நேர்க்கோட்டின் சமன்பாட்டின் படி} \quad \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \quad \text{---- I}$$

$$\text{இக்கோடு (2, 2) என்ற புள்ளி வழிச்செல்வதால் நாம் பெறுபது} \quad \frac{2}{a} + \frac{2}{9-a} = 1$$

$$\Rightarrow a^2 - 9a + 18 = 0$$

$$\Rightarrow (a-6)(a-3) = 0$$

$$a = 6 \text{ அல்லது } a = 3$$

$$a = 3 \text{ எனும் போது} \quad \frac{x}{3} + \frac{y}{6} = 1 \Rightarrow 2x + y - 6 = 0$$

$$a = 6 \text{ எனும் போது} \quad \frac{x}{6} + \frac{y}{3} = 1 \Rightarrow x + 2y - 6 = 0$$

13. A(-2, 6) B (3, -4) ஆகிய புள்ளிகளை இணைக்கும் நேர்க்கோட்டுத்துண்டை P என்ற புள்ளி உட்புறமாக 2:3

என்ற விகிதத்தில் பிரிக்கின்றது. புள்ளி P வழியாகச் செல்லும் சாய்வு $\frac{3}{2}$ உடைய நேர்க்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்.

ABஐ உட்புறமாக 2 : 3 என்ற விகிதத்தில் பிரிக்கும் புள்ளி P என்க.

$$\text{ஆகவே புள்ளி P} \left(\frac{2(3)+3(-2)}{2+3}, \frac{2(-4)+3(6)}{2+3} \right)$$

$$= (2, 0)$$

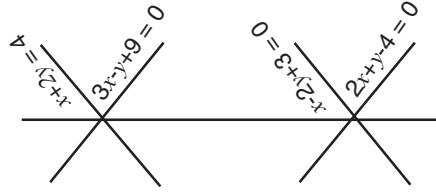
சாய்வு $\frac{3}{2}$ ஆகவும் (0,2) என்ற புள்ளி வழியாகவும் செல்லும் நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு

$$y - 2 = \frac{3}{2} (x - 0)$$

$$2y - 4 = 3x$$

$$3x - 2y + 4 = 0$$

14. $3x - y + 9 = 0$, $x + 2y = 4$ ஆகிய நேர்க்கோடுகள் வெட்டும் புள்ளியுடன், $2x + y - 4 = 0$, $x - 2y + 3 = 0$ ஆகிய நேர்க்கோடுகள் வெட்டும் புள்ளியை இணைக்கும் நேர்க்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்.



$$3x - y = -9$$

---- (I)

$$x + 2y = 4$$

---- (II)

$$2x + y = 4$$

---- (III)

$$x - 2y = -3$$

--- (IV)

$$(I \times 2) + II$$

$$3x - y = -9$$

$$x + 2y = 4$$

$$(I \times 2) + II$$

$$6x - 2y = -18$$

$$x - 2y = -4$$

$$7x = -14$$

$$x = -2$$

Put $x = -2$ we get

$$-2 + 2y = 4$$

$$2y = 4 + 2$$

$$y = 6/2 \quad y = 3$$

வெட்டும் புள்ளி (-2, 3)

$$III, IV \text{ ஐ தீர்க்க } 2x + y = 4 \quad \text{---- (III)}$$

$$x - 2y = -3 \quad \text{---- (IV)}$$

$$(III \times 2) + IV \quad 4x + 2y = 8$$

$$x - 2y = -3$$

$$5x = 5 \quad x = 1$$

$$\text{Put } x = 1$$

$$1 - 2y = -3$$

$$-2y = -4$$

$$y = 2$$

வெட்டும் புள்ளி (1, 2)

(-2, 3) மற்றும் (1, 2) ஐ இணைக்கும் நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு

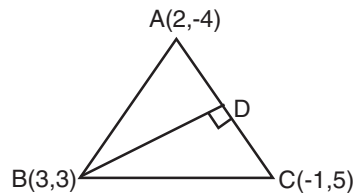
$$\frac{y-3}{2-3} = \frac{x+2}{1+2} \Rightarrow \frac{y-3}{-1} = \frac{x+2}{3}$$

$$\Rightarrow x + 3y - 7 = 0$$

$$M = \left(\frac{3-5}{2}, \frac{-2+8}{2} \right)$$

$$= (-1, 3)$$

15. ΔABC ன் முனைகள் $A(2, -4)$, $B(3, 3)$ மற்றும் $C(-1, 5)$ எனில் B லிருந்து வரையப்படும் குத்துக்கோட்டு வழிச் செல்லும் நேர்க்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்.



A(2, -4), B(3, 3) மற்றும் C(-1, 5) என்பன முக்கோணத்தின் உச்சிகள் BD என்பது முக்கோணத்தின் உச்சி Bயிலிருந்து வரையப்படும் குத்துக்கோடு என்க.

$$AC \text{ ன் சாய்வு } \frac{5+4}{-1-2} = \frac{9}{-3} = -3$$

ஆகவே, குத்துக்கோடு BD ன் சாய்வு $\frac{1}{3}$ ($AC \perp BD$)

சாய்வு $\frac{1}{3}$ ஆகவும் (3, 3) என்ற புள்ளி வழிச்செல்வதுமான நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு.

$$y - 3 = \frac{1}{3}(x - 3)$$

$$3y - 9 = x - 3 \Rightarrow x - 3y + 6 = 0$$

16. $\triangle ABC$ ன் முனைகள் A(-4, 4) B(8,4) C(8,10) எனில் A யிலிருந்து வரையப்படும் நடுக்கோட்டு வழிச் செல்லும் நேர்க்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்.

முனை Aயிலிருந்து வரையப்படும் நடுக்கோடு AD என்க.

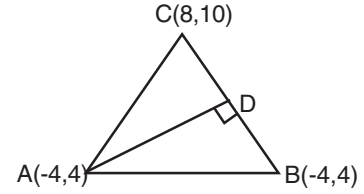
$$BC \text{ ன் மையப்புள்ளி } D \left(\frac{8+8}{2}, \frac{4+10}{2} \right)$$

$$D = (8, 7)$$

A(-4, 4) D(8,7) ஆகிய புள்ளிகளை இணைக்கும் நடுக்கோடு AD ன் சமன்பாடு

$$\frac{y-4}{7-4} = \frac{x+4}{8+4} \Rightarrow 4y - 16 = x + 4$$

$$\Rightarrow x - 4y + 20 = 0$$



6. வடிவியல்

(50 மதிப்பெண்களுக்கு மேல் பெற விரும்புவார்களுக்கு)

1. ஒரு வட்டத்தின் புள்ளி A ல் வரையப்படும் தொடுகோடு PQ என்க. AB என்பது வட்டத்தின் நாண் என்க. மேலும் $\angle BAC = 54^\circ$ மற்றும் $\angle BAQ = 62^\circ$ என்று அமையுமாறு வட்டத்தின் மேல் உள்ள புள்ளி C எனில் $\angle ABC$ காண்க,

PQ ஒரு தொடுகோடு AB நாண்.

$$\angle BAQ = \angle ACB = 62^\circ \text{ (தேற்றம்)}$$

$$\angle BAC = \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ$$

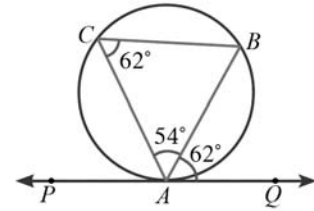
(முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்கள்)

$$54 + \angle ABC + 62^\circ = 180^\circ$$

$$\angle ABC + 116 = 180$$

$$\angle ABC = 180 - 116 = 64^\circ$$

$$\angle ABC = 64^\circ$$



2. படத்தில் TP ஒரு தொடுகோடு, A, B வட்டத்தின் மீதுள்ள புள்ளிகள் $\angle BTP = 72^\circ$ மற்றும் $\angle ATB = 43^\circ$ எனில் $\angle ABT$ காண்க. (Ap. 13)

TP ஒரு தொடுகோடு

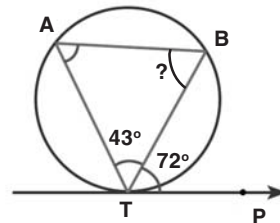
TB நாண்

$$\angle BTP = \angle BAT = 72^\circ \text{ (தேற்றம்)}$$

$$\angle BTP + \angle ABT + \angle BAT = 180^\circ$$

(முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்கள்)

$$72^\circ + \angle ABT + 72^\circ = 180^\circ$$



$$\angle ABT + 115 = 180$$

$$\begin{aligned}\angle ABT &= 180 - 115 \\ &= 65^\circ\end{aligned}$$

$$\angle ABT = 65^\circ$$

3. E மற்றும் F என்ற புள்ளிகள் முறையே ΔPQR ன் பக்கங்கள் PQ மற்றும் PR ஆகியவற்றின் மீது அமைந்துள்ளன. $EF \parallel QR$ என்பதைச் சரிபார். $PE = 3.9$ செ.மீ, $EQ = 3$ செ.மீ, $PF = 3.6$ செ.மீ மற்றும் $FR = 2.4$ செ.மீ

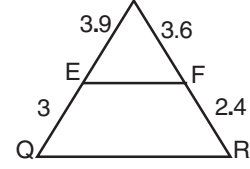
$$\frac{PE}{EQ} = \frac{PF}{FR}$$

$$\frac{3.9}{3} = \frac{3.6}{2.4}$$

$$3.9 \times 2.4 = 3 \times 3.6$$

$$9.36 \neq 10.8$$

எனவே $EF \nparallel QR$ (இணை அல்ல)



4. E மற்றும் F என்ற புள்ளிகள் முறையே ΔPQR ன் பக்கங்கள் PQ மற்றும் PR ஆகியவற்றின் மீது அமைந்துள்ளன. $EF \parallel QR$ என்பதைச் சரிபார். $PE = 4$ செ.மீ, $QE = 4.5$ செ.மீ, $PF = 8$ செ.மீ மற்றும் $RF = 9$ செ.மீ (முயற்சி செய்க)

5. AD என்பது ΔABC யில் $\angle A$ ன் கோண இருசம வெட்டி ஆகுமா எனச் சோதிக்க, $AB = 4$ செ.மீ, $AC = 6$ செ.மீ $BD = 1.6$ செ.மீ மற்றும் $CD = 2.4$ செ.மீ

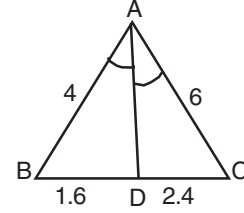
$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$$

$$\frac{1.6}{2.4} = \frac{4}{6}$$

$$1.6 \times 6 = 2.4 \times 4$$

$$9.6 = 9.6$$

எனவே AD என்பது $\angle A$ ன் கோண இருசமவெட்டி



6. AD என்பது ΔABC யில் $\angle A$ ன் கோண இருசம வெட்டி ஆகுமா எனச் சோதிக்க. $AB = 6$ செ.மீ, $AC = 8$ செ.மீ, $BD = 1.5$ செ.மீ மற்றும் $CD = 3$ செ.மீ (முயற்சி செய்க)

1. படிக்க வேண்டிய தேற்றங்கள்

1. அடிப்படை விகித தசம தேற்றம் (அல்லது) தேல்ஸ் தேற்றம் (Oct.14, Ap. 14, Ju. 13)

2. கோண இருசமவெட்டி தேற்றம் (Oct. 13, Ap. 12)

3. பிதாகரஸ் தேற்றம். (Ap. 13, Ju. 12)

2. ஒரு சிறுவன் வைரத்தின் குறுக்கு வெட்டு தேற்றவடிவில் படத்தில் காட்டியவாறு ஒரு பட்டம் செய்தான். இங்கு $AE = 16$ செ.மீ, $EC = 81$ செ.மீ. அவன் BD என்ற குறுக்குக் குச்சியினைப் பயன்படுத்த விரும்புகிறான். குச்சியின் நீளம் எவ்வளவாக இருக்க வேண்டும். (Govt. Model Question)

$$\Delta EAD \sim \Delta EDC$$

$$\frac{EA}{ED} = \frac{ED}{EC}$$

$$ED^2 = EA \times EC$$

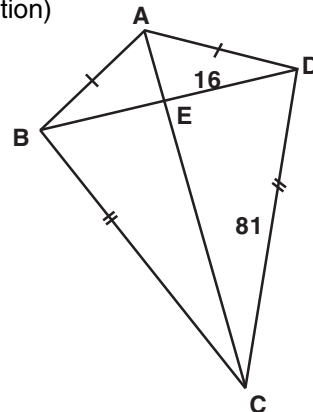
$$ED^2 = 16 \times 81$$

$$ED = \sqrt{16 \times 81}$$

$$= 4 \times 9$$

$$ED = 36$$

$$ED = BE = 36 \text{ cm}$$



எனவே $BD = 36 + 36 = 72$

$BD = 72$ செ.மீ

குச்சியின் நீளம் = 72 செ.மீ

3. ஒரு தாமரைப் பூவானது தண்ணீர் மட்டத்திற்கு மேல் 20 செ.மீ உயரத்தில் உள்ளது. தண்டின் மீதிப்பகுதி தண்ணீர் மட்டத்திற்கு கீழே உள்ளது. காற்று வீசும் போது தண்டு தள்ளப்பட்டு தாமரைப் பூவானது தண்டின் ஆரம்ப நிலையிலிருந்து 40 செ.மீ தூரத்தில் தண்ணீரைத் தொடுகிறது. ஆரம்ப நிலையில் தண்ணீர் மட்டத்திற்கு கீழே உள்ள தண்டின் நீளம் காண்க.

தீர்வு:

$BD =$ தண்ணீரின் கீழே தண்டின் நீளம் $= x$ செ.மீ என்க.

$\triangle BCD$ ல் பிதாகரஸ் தேற்றத்தின்படி

$BC^2 = AB^2 + AC^2$

$(x + 20)^2 = x^2 + 40^2$

$x^2 + 40x + 400 = x^2 + 1600$

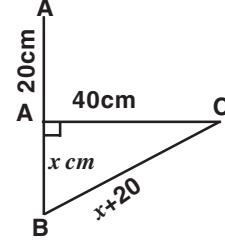
$x^2 + 40x + 400 = x^2 + 1600$

$40x = 1600 - 400$

$40 = 1200$

$x = \frac{1200}{40} = 30$

$x = 30$ cm



தண்ணீர் மட்டத்திற்கு கீழே உள்ள தண்டின் நீளம் = 30 செ.மீ

4. செவ்வகம் ABCDன் உட்புற புள்ளி O விலிருந்து செவ்வகத்தின் முனைகள் A, B, C, D இணைக்கப்பட்டுள்ளன எனில் $OA^2 + OC^2 + OB^2 + OD^2$ என நிறுவுக. (Ju. 14)
5. ஒரு இணைகரத்தின் எல்லாப் பக்கங்களும் ஒரு வட்டத்தினை தொடுமானால் அவ்விணைகரம் ஒரு சாய்சதுரமாகும் என நிறுவுக. (March 15)
6. ABCD என்ற நாற்கரம், அதன் எல்லா பக்கங்களும் ஒரு வட்டத்தை தொடுமாறு அமைந்துள்ளது. $AB = 6$ செ.மீ, $BC = 6.5$ செ.மீ மற்றும் $CD = 7$ செ.மீ எனில் ADன் நீளத்தைக் காண்க.
7. ஒரு நிழற்படக் கருவியிலுள்ள படச் சுருளில் ஒரு மரத்தின் பிம்பத்தின் நீளம் 35 மி.மீ, லென்சுக்கும் படச்சுருளுக்கும் இடைப்பட்ட தூரம் 42 மி.மீ. மேலும், லென்சிலிருந்து மரத்துக்கு உள்ள தூரம் 6 மீ எனில், நிழற்படம் எடுக்கப்படும் மரத்தின் பகுதியின் நீளம் காண்க. (Score Model Question)

7. முக்கோணவியல்

1. நேர்க்குத்தான ஒரு மரத்தின் மேல்பாகம் காற்றினால் முறிந்து, அம் முறிந்த பகுதி கீழே விழுந்து விடாமல் மரத்தின் உச்சி தரையுடன் 30° கோணத்தை ஏற்படுத்துகிறது. மரத்தின் உச்சி அதன் அடியிலிருந்து 30 மீ தொலைவில் தரையைத் தொடுகிறது எனில் மரத்தின் முழு உயரத்தைக் காண்க.

மரத்தின் உயரம் x மீ + y மீ என்க

(Oct-12, July-14)

எதிர்பக்கம்

$\triangle ABC$ ல், $\tan\theta = \frac{\text{எதிர்பக்கம்}}{\text{அடுத்துள்ள பக்கம்}}$

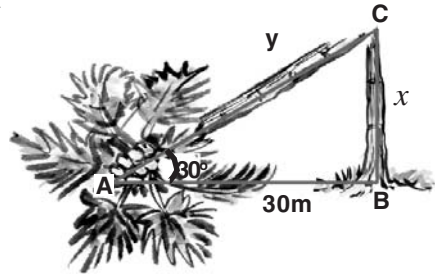
அடுத்துள்ள பக்கம்

$\tan 30^\circ = \frac{x}{30}$

$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{x}{30}$

$\sqrt{3} x = 1 \times 30$

$x = \frac{30}{\sqrt{3}}$



$$= \frac{30\sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{30\sqrt{3}}{3} = 10\sqrt{3} \text{ மீ}$$

$$x = 10\sqrt{3} \text{ மீ}$$

$$\text{Cos}\theta = \frac{\text{அடுத்துள்ள பக்கம்}}{\text{கர்ணம்}}$$

$$\cos 30^\circ = \frac{30}{y}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{30}{y}$$

$$\sqrt{3}y = 2 \times 30$$

$$y = \frac{2 \times 30 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{2 \times 30 \times \sqrt{3}}{3} = 20\sqrt{3}$$

$$y = 20\sqrt{3} \text{ மீ}$$

$$\begin{aligned} \text{மரத்தின் உயரம்} &= x + y \\ &= 10\sqrt{3} + 20\sqrt{3} \text{ மீ} \end{aligned}$$

$$\text{மரத்தின் உயரம்} = 30\sqrt{3} \text{ மீ}$$

2. ஓர் அதிவேகப் போர் விமானம் தரை மட்டத்திலிருந்து 3000 மீ உயரத்தில் மற்றொரு அதிவேகப் போர் விமானத்தை நேர் மேலாகக் கடக்கிறது. அவ்வாறு கடக்கும் போது தரைமட்டத்தில் ஒரு குறிப்பிட்ட புள்ளியிலிருந்து அதன் ஏற்றக்கோணங்கள் முறையே 60° மற்றும் 45° எனில் அந்த நேரத்தில் 2வது போர் விமானம் மற்றும் முதல் போர் விமானம், ஆகியவற்றிற்கு இடைப்பட்ட தூரம் கணக்கிடுக. ($\sqrt{3} = 1.732$) (Ju. 13)

இடைப்பட்ட தூரம் = h மீ என்க

ΔOAC ல்

$$\tan\theta = \frac{\text{எதிர்பக்கம்}}{\text{அடுத்துள்ள பக்கம்}}$$

$$\tan 60^\circ = \frac{3000}{OC}$$

$$\sqrt{3} = \frac{3000}{OC}$$

$$\sqrt{3} OC = 3000$$

$$OC = \frac{3000}{\sqrt{3}}$$

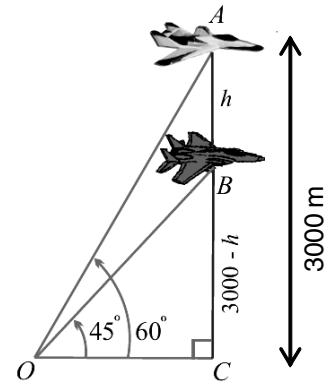
$$= \frac{3000 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{3000\sqrt{3}}{3} = 1000\sqrt{3}$$

$$OC = 1000\sqrt{3} \text{ மீ}$$

எதிர் பக்கம்

$$\Delta OCB \text{ ல் } \tan\theta = \frac{\text{அடுத்துள்ள பக்கம்}}{\text{எதிர் பக்கம்}}$$

$$\tan 45^\circ = \frac{3000 - h}{OC}$$



$$1 = \frac{3000 - h}{1000\sqrt{3}}$$

$$1 \times 1000\sqrt{3} = 3000 - h$$

$$h = 3000 - 1000\sqrt{3}$$

$$= 3000 - 1000 \times 1.732$$

$$= 3000 - 1732$$

$$h = 1268 \text{ மீ}$$

இடைப்பட்ட தூரம் = 1268 மீ

3. 500 மீ உயரத்தில் பறந்து கொண்டிருக்கும் ஹெலிகாப்டரில் ஒருவர் ஓர் ஆற்றில் இரு கரைகளில் நேரெதிராக உள்ள இரு பொருட்களை 30° , 45° இறக்கக் கோணங்களில் காண்கிறார் எனில் ஆற்றின் அகலம் காண்க. ($\sqrt{3} = 1.732$) (Ap. 14)

ஆற்றின் அகலம் = x மீ + y மீ

$\triangle ABC$ யில்

எதிர்பாக்கம்

$$\tan \theta = \frac{\text{எதிர்பாக்கம்}}{\text{அடுத்துள்ள பக்கம்}}$$

அடுத்துள்ள பக்கம்

$$\tan 30^\circ = \frac{500}{x}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{500}{x}$$

$$x = 500\sqrt{3}$$

$$x = 500 \times 1.732$$

$$= 866.00$$

$$x = 866 \text{ மீ}$$

எதிர்பாக்கம்

$$\text{In } \triangle ACD, \tan \theta = \frac{\text{எதிர்பாக்கம்}}{\text{அடுத்துள்ள பக்கம்}}$$

அடுத்துள்ள பக்கம்

$$\tan 45^\circ = \frac{500}{y}$$

$$1 = \frac{500}{y}$$

$$1 \times y = 500$$

$$y = 500 \text{ மீ}$$

ஆற்றின் அகலம் = x மீ + y மீ

$$= 866 + 500$$

$$= 1366 \text{ மீ}$$

4. 700 மீ உயரத்தில் பறந்து கொண்டிருக்கும் ஹெலிகாப்டரில் ஒருவர் ஓர் ஆற்றில் இரு கரைகளில் நேரெதிராக உள்ள இரு பொருட்களை 30° , 45° இறக்கக் கோணங்களில் காண்கிறார் எனில் ஆற்றின் அகலம் காண்க. ($\sqrt{3} = 1.732$)

வினா எண் 3ஐப் போலவே தீர்வு காணலாம்

60 மதிப்பெண்களுக்கு மேல் பெற விரும்பும் மாணவர்கள் பயிற்சி செய்ய வேண்டிய சில கணக்குகள்

1. பக்கம் 210, எ.கா. 7.6 (Ap.13)
2. பக்கம் 213, எ.கா. 7.12 (Oct. 13, Ap. 15)
3. பக்கம் 214, பயிற்சி 7.1ல் 5 (Score model question III)

4. பக்கம் 220, எ.கா. 7.20 (Oct. 14)
5. பக்கம் 221, எ.கா. 7.22 (Score model question V)
6. பக்கம் 226 பயிற்சி 7.2ல் 10 (10) (Ap. 13)
7. பக்கம் 226 பயிற்சி 7.2ல் 12 (Ap. 12)
8. பக்கம் 227, பயிற்சி 7.2ல் 17 (Ju. 12)
9. பக்கம் 227, பயிற்சி 7.2ல் 16 (Score model question IV)

8. அளவியல்

1. 120 செ.மீ நீளமும், 84 செ.மீ விட்டமும் கொண்ட ஒரு சாலையை சமப்படுத்தும் உருளையைக் கொண்டு ஒரு விளையாட்டுத் திடல் சமப்படுத்தப்படுகிறது. விளையாட்டுத் திடலை சமப்படுத்த இவ்வுருளை 500 முழுச்சுற்றுக்கள் சுழல வேண்டும். விளையாட்டுத்திடலை சமப்படுத்த ஒரு ச.மீட்டருக்கு 75 பைசா வீதம், திடலைச் சமப்படுத்த

ஆகும் செலவைக் காண்க. ($\pi = \frac{22}{7}$)

தீர்வு:

$$\text{இங்கு } 2r = 84 \text{ செ.மீ} \Rightarrow r = 42 \text{ செ.மீ, } h = 120 \text{ செ.மீ}$$

$$\text{உருளையின் ஒரு முழுச்சுற்றினால் சமப்படுத்தப்படும் திடலின் பரப்பு} = 2\pi rh$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 42 \times 120$$

$$= 31680 \text{ செ.மீ}^2$$

$$500 \text{ முழுச்சுற்றுகளில் சமப்படுத்தப்படும் திடலின் பரப்பு} = 31680 \times 500$$

$$= 15840000 \text{ செ.மீ}^2$$

$$= \frac{15840000}{10000} \text{ மீ}^2$$

$$= 1584 \text{ மீ}^2$$

$$1 \text{ ச.மீட்டருக்கு சமப்படுத்த ஆகும் செலவு} = 75 \text{ பைசா}$$

$$\text{எனவே விளையாட்டுத் திடலை சமப்படுத்த ஆகும் மொத்த செலவு} = 1584 \times 0.75$$

$$= \text{ரூ. } 1188$$

2. ஒரு திண்ம நேர்வட்ட உருளையின் மொத்தப்புறப்பரப்பு 660 ச.செ.மீ அதன் விட்டம் 14 செ.மீ எனில், அவ்வுருளையின் உயரத்தையும், வளைபரப்பையும் காண்க.

தீர்வு:

$$\text{இங்கு } 2r = 14 \text{ செ.மீ} \Rightarrow r = 7 \text{ செ.மீ}$$

$$\text{மொத்தப்புறப்பரப்பு} = 660 \text{ ச.செ.மீ}$$

$$2\pi r (h+r) = 660$$

$$2 \times \frac{22}{7} \times 7 (h + 7) = 660$$

$$h = \frac{660}{2 \times 22} - 7$$

$$= 15 - 7$$

$$= 8 \text{ செ.மீ}$$

$$\text{உருளையின் வளைபரப்பு} = 2\pi rh = 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 8 = 352 \text{ செ.மீ}^2$$

3. ஒரு திண்மக் கூம்பின் ஆரம் மற்றும் சாயுபரம் முறையே 20 செ.மீ மற்றும் 29 செ.மீ எனில் அத்திண்மக் கூம்பின் கன அளவைக் காண்க.

தீர்வு:

$$\text{இங்கு } r = 20 \text{ செ.மீ, } \ell = 29 \text{ செ.மீ}$$

$$h = \sqrt{\ell^2 - r^2}$$

$$= \sqrt{29^2 - 20^2}$$

$$= \sqrt{841 - 400}$$

$$= \sqrt{441}$$

$$h = 21 \text{ செ.மீ}$$

$$\text{கூம்பின் கனஅளவு} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 20 \times 20 \times 21$$

$$= 8800 \text{ செ.மீ}^3.$$

4. ஒரு நேர்வட்டக் கூம்பின் இடைக்கண்டத்தின் இருபுறமும் அமைந்த வட்ட விளிம்புகளின் சுற்றளவுகள் முறையே 44 செ.மீ மற்றும் 8.4π செ.மீ என்க. அதன் உயரம் 14 செ.மீ எனில் அவ்விடைக்கண்டத்தின் கன அளவைக் காண்க. தீர்வு:

$$\text{இங்கு } 2\pi R = 44 \text{ செ.மீ மற்றும் } 2\pi r = 8.4 \pi \text{ செ.மீ}$$

$$2 \times \frac{22}{7} \times R = 44 \quad 2r = 8.4$$

$$R = \frac{44 \times 7}{2 \times 22} \quad r = 4.2 \text{ செ.மீ}$$

$$R = 7 \text{ செ.மீ}$$

$$\text{இடைக்கண்டத்தின் கனஅளவு} = \frac{1}{3} \pi h (R^2 + r^2 + Rr)$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 14 (7^2 + 4.2^2 + 7 \times 4.2)$$

$$= \frac{44}{3} (49 + 29.4 + 17.64)$$

$$= \frac{44}{3} \times 96.04$$

$$= 1408.58 \text{ செ.மீ}^3$$

5. ஒரு திண்ம மரப்பொம்மையானது அரைக்கோளத்தின் மேல் கூம்பு இணைந்த வடிவில் உள்ளது. அரைக்கோளம் மற்றும் கூம்பு ஆகியவற்றின் ஆரம் 3.5 செ.மீ மேலும் பொம்மையின் மொத்த உயரம் 17.5 செ.மீ எனில்

அப்பொம்மை தயாரிக்கப்பயன்படுத்தப்பட்ட மரத்தின் கனஅளவை காண்க. ($\pi = \frac{22}{7}$)

தீர்வு:

இங்கு

அரைக்கோளம்

$$r = 3.5 \text{ செ.மீ}$$

கூம்பு

$$h = 3.5 \text{ செ.மீ}$$

$$h = 17.5 - 3.5$$

$$\text{கன அளவு} = \frac{2}{3} \pi r^3$$

$$= 14 \text{ செ.மீ}^3$$

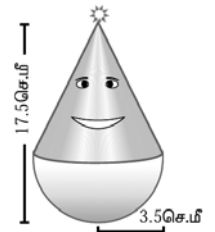
$$= \frac{2}{3} \pi \times 3.5 \times 3.5 \times 3.5$$

$$\text{கன அளவு} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$= \frac{1}{3} \pi \times 3.5 \times 3.5 \times 14$$

மரத்தின் கனஅளவு = அரைக்கோளத்தின் கனஅளவு + கூம்பின் கனஅளவு

$$= \frac{2}{3} \pi \times 3.5 \times 3.5 \times 3.5 + \frac{1}{3} \pi \times 3.5 \times 3.5 \times 14$$



$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{3} \pi \times 3.5 \times 3.5 [2 \times 3.5 + 14] \\
&= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 3.5 \times 3.5 [7+14] \\
&= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 3.5 \times 3.5 \times 21 \\
&= 22 \times 3.5 \times 3.5 \\
&= 296.5 \text{ க.செ.மீ}
\end{aligned}$$

6. ஒரு கூடாரமானது உருளையின் மீது கூம்பு இணைத்த வடிவில் உள்ளது. கூடாரத்தின் மொத்த உயரம் 13.5 மீ மற்றும் விட்டம் 28மீ. மேலும் உருளைப் பாகத்தின் உயரம் 3 மீ எனில் கூடாரத்தின் மொத்த புறப்பரப்பைக் காண்க.

தீர்வு:

உருளை

$$h = 3\text{மீ}$$

$$2r = 28\text{மீ}$$

$$r = 14\text{மீ}$$

$$\text{வளைபரப்பு} = 2\pi rh$$

$$= 2\pi \times 14 \times 3$$

$$= 84\pi$$

கூம்பு

$$h = 14\text{ m}$$

$$h = 13.5 - 3$$

$$= 10.5\text{ m}$$

$$l = \sqrt{r^2 + h^2}$$

$$= \sqrt{14^2 + 10.5^2}$$

$$= \sqrt{196 + 110.25}$$

$$= \sqrt{306.25}$$

$$= 17.5\text{ m}$$

வளைபரப்பு

$$= \pi rl$$

$$= \pi \times 14 \times 17.5\text{ m}$$

$$= 245\pi$$

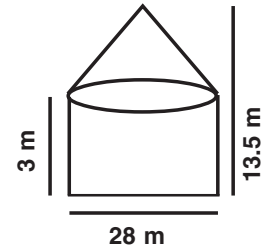
கூடாரத்தின் மொத்த புறப்பரப்பு = உருளையின் வளைபரப்பு + கூம்பின் வளைபரப்பு

$$= 84\pi + 245\pi$$

$$= 329\pi$$

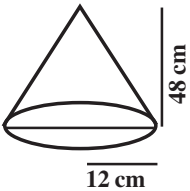
$$= 329 \times \frac{22}{7}$$

$$= 1034 \text{ ச.செ.மீ}$$



7. களிமண்ணைப் பயன்படுத்தி ஒரு மாணவன் 48 செ.மீ உயரமும் 12 செ.மீ ஆரமும் கொண்ட நேர்வட்ட திண்மக் கூம்பைச் செய்தார். அக்கூம்பை மற்றொரு மாணவர் ஒரு திண்மக் கோளமாக மாற்றினார். அவ்வாறு மாற்றப்பட்ட புதிய கோளத்தின் ஆரத்தைக் காண்க.

தீர்வு:



கூம்பு

$$r_1 = 12 \text{ செ.மீ}$$

$$h = 48 \text{ செ.மீ}$$

கோளத்தின் கனஅளவு = கூம்பின் கனஅளவு

கோளம்

$$r = ?$$

$$\text{ie } \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{1}{3} \pi r_1^2 h$$

$$4r^3 = r_1^2 h$$

$$4r^3 = 12 \times 12 \times 48$$

$$r^3 = \frac{12 \times 12 \times 48}{4}$$

$$r^3 = 12 \times 12 \times 12$$

$$r = 12 \text{ செ.மீ}$$

8. 8 செ.மீ விட்டமும் 12 செ.மீ உயரமும் கொண்ட ஒரு நேர்வட்ட திண்ம இரும்புக் கூம்பானது உருக்கப்பட்டு 4 மி.மீ ஆரமுள்ள திண்மக் கோள வடிவ குண்டுகளாக வார்க்கப்பட்டால் கிடைக்கும் கோள வடிவ குண்டுகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

தீர்வு:

r , h என்பது கூம்பின் ஆரம், உயரம் ஆகும். r_1 என்பது கோளத்தின் ஆரம் ஆகும்.

கூம்பு கோளம்

$$h = 12 \text{ cm} = 120 \text{ மி.மீ}$$

$$r_1 = 4 \text{ மி.மீ}$$

$$2r = 8 \text{ செ.மீ}$$

$$r = 4 \text{ செ.மீ}$$

$$= 40 \text{ மி.மீ}$$

கிடைக்கும் கோள வடிவ குண்டுகளின் எண்ணிக்கை = $\frac{\text{கூம்பின் கனஅளவு}}{\text{கோளத்தின் கனஅளவு}}$

$$\begin{aligned} & \frac{\frac{1}{3} \pi r^2 h}{\frac{4}{3} \pi r_1^3} = \frac{r^2 h}{4 r_1^3} \\ & = \frac{40 \times 40 \times 120}{4 \times 4 \times 4 \times 4} \\ & = 750 \end{aligned}$$

9. மணலால் நிரப்பப்பட்ட ஒரு உருளை வடிவ வாளியின் உயரம் 32 செ.மீ மற்றும் ஆரம் 18 செ.மீ அம்மணல் முழுவதும் தரையில் ஒரு நேர்வட்டக் கூம்பு வடிவில் கொட்டப்படுகிறது. அவ்வாறு கொட்டப்பட்ட மணற் கூம்பின் உயரம் 24 செ.மீ எனில் அக்கூம்பின் ஆரம் மற்றும் சாயுயரத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

உருளை (வாளி)

கூம்பு (மணல்)

$$h = 32 \text{ செ.மீ}$$

$$h = 24 \text{ செ.மீ}$$

$$r = 18 \text{ செ.மீ}$$

$$r = ?$$

$$\text{உருளையின் கனஅளவு} = \pi r^2 h \qquad \text{கூம்பின் கனஅளவு} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$= \pi \times 18 \times 18 \times 32$$

$$= \frac{1}{3} \pi \times r^2 \times 24$$

கூம்பின் கன அளவு = உருளையின் கனஅளவு

$$\frac{1}{3} \pi \times r^2 \times 24 = \pi \times 18 \times 18 \times 32$$

$$r^2 \times 8 = 18 \times 18 \times 32$$

$$r^2 = \frac{18 \times 18 \times 32}{8}$$

$$r^2 = 18 \times 18 \times 4$$

$$r = 18 \times 2$$

$$= 36 \text{ செ.மீ}$$

$$\begin{aligned}
\ell &= \sqrt{h^2 + r^2} \\
&= \sqrt{24^2 + 36^2} \\
&= \sqrt{576 + 1296} \\
&= \sqrt{1872} \\
&= 12\sqrt{13} \text{ செ.மீ}
\end{aligned}$$

10. 14 மீ விட்டமும் 20 மீ ஆழமுள்ள ஒரு கிணறு உருளை வடிவில் வெட்டப்படுகிறது. அவ்வாறு வெட்டும்போது தோண்டியெடுக்கப்பட்ட மண் சீராக பரப்பப்பட்டு 20 மீ x 14 மீ அளவுகளில் அடிப்பக்கமாகக் கொண்ட ஒரு மேடையாக அமைக்கப்பட்டால், அம்மேடையின் உயரம் காண்க.

தீர்வு:

உருளை (கிணறு)	கனச்செவ்வகம் (மேடை)
$h = 20$ மீ	$\ell = 20$ மீ
$2r = 14$ மீ	$b = 14$ மீ
$r = 7$ மீ	$h_1 = ?$
கனஅளவு = $\pi r^2 h$	கனஅளவு = ℓbh

$$\begin{aligned}
&= \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 20 & = 20 \times 14 \times h \\
&= 22 \times 7 \times 20
\end{aligned}$$

கனச்செவ்வகத்தின் கனஅளவு = உருளையின் கனஅளவு
 $20 \times 14 \times h = 22 \times 7 \times 20$

$$\begin{aligned}
h &= \frac{22 \times 7 \times 20}{20 \times 14} \\
&= 11 \text{ மீ}
\end{aligned}$$

11. புள்ளியியல்

1. 18, 20, 15, 12, 25 மாறுபாட்டுக்கெழு காண்க.

$$n = 5$$

$$\bar{x} = \frac{18 + 20 + 15 + 12 + 25}{5} = \frac{90}{5} = 18$$

x	$d = x - \bar{x}$	d^2
18	0	0
20	2	4
15	-3	9
12	-6	36
25	7	49
		98

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum d^2}{n}} = \sqrt{\frac{98}{5}} = \sqrt{19.6} \approx 4.428$$

$$C.V. = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100\% = \frac{4.428}{18} \times 100$$

$$C.V. = 24.6\%$$

2. 20, 18, 32, 24, 26 மாறுபாட்டுக் கெழு காண்க.

$$n = 5$$

$$\bar{x} = \frac{20 + 18 + 32 + 24 + 26}{5}$$

$$= \frac{120}{5} = 24$$

x	$d = x - \bar{x}$	d^2
20	-4	16
18	-6	36
32	8	64
24	0	0
26	2	4
		120

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum d^2}{n}} = \sqrt{\frac{120}{5}} = \sqrt{24} \approx 4.9$$

$$C.V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100\% = \frac{4.9}{24} \times 100$$

$$C.V. = 20.4\%$$

3. 20, 14, 16, 30, 21, 25 திட்டவிலக்கம் காண்க.

$$\bar{x} = \frac{20 + 14 + 16 + 30 + 21 + 25}{6} = \frac{126}{6} = 21$$

x	$d = x - \bar{x}$	d^2
20	-1	1
14	-7	49
16	-5	25
30	9	81
21	0	0
25	4	16
		172

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum d^2}{n}} = \sqrt{\frac{172}{6}} = \sqrt{28.6}$$

$$\sigma \approx 5.3$$

4. 62, 58, 53, 50, 63, 52, 55 திட்டவிலக்கம் காண்க.

$$n = 7$$

$$\bar{x} = \frac{62 + 58 + 53 + 50 + 63 + 52 + 55}{7}$$

$$= \frac{393}{7} = 56$$

x	$d = x - \bar{x}$	d^2
62	6	36
58	2	4
53	-3	9
50	-6	36
63	7	49
52	-4	16
55	-1	1
		151

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum d^2}{n}} = \sqrt{\frac{151}{7}} = \sqrt{21.5}$$

$$\sigma \simeq 4.9$$

5. 10, 20, 15, 8, 3, 4 திட்டவிலக்கம் கணக்கிடுக.

$$n = 6$$

$$\bar{x} = \frac{10+20+15+8+3+4}{6} = \frac{60}{6} = 10$$

x	$d = x - 10$	d^2
10	0	0
20	10	100
15	5	25
8	-2	4
3	-7	49
4	-6	36
		214

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum d^2}{n}} = \sqrt{\frac{214}{6}} = \sqrt{35.6}$$

$$\sigma \simeq 5.9$$

6. 38, 40, 34, 31, 28, 26, 34 திட்டவிலக்கம் கணக்கிடுக.

$$n = 7$$

$$\bar{x} = \frac{38+40+34+31+28+26+34}{7} = \frac{231}{7} = 33$$

x	$d = x - \bar{x}$	d^2
38	5	25
40	7	49
34	1	1
31	-2	4
28	-5	25
26	-7	49
34	1	1
		154

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum d^2}{n}} = \sqrt{\frac{154}{7}} = \sqrt{22}$$

$$\sigma \simeq 4.69$$

12. நிகழ்தகவு

1. மூன்று நாணயங்கள் கண்டும்பொழுது சரியாக இரு பூக்கள் அல்லது குறைந்தபட்சம் ஒரு தலை கிடைக்க நிகழ்தகவு யாது?

$$S = \{(HHH, HHT, HTH, THH, TTT, TTH, THT, HTT)\}$$

$$n(S) = 8$$

சரியான இரு பூக்கள்: $A = \{HTT, TTH, THT\}$, $n(A) = 3$

$$P(A) = \frac{3}{8}$$

குறைந்த பட்சம் ஒரு தலை: $B = \{HTT, THT, TTH, HHT, HTH, THH, HHH\}$

$$n(B) = 7, P(B) = \frac{7}{8}$$

$$A \cap B = \{HTT, TTH, THT\}, n(A \cap B) = 3$$

$$P(A \cap B) = \frac{3}{8}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow \frac{3}{8} + \frac{7}{8} - \frac{3}{8} = \frac{7}{8}$$

2. ஒரு பகடை இருமுறை உருட்டப்பட்டது. குறைந்தது ஒரு உருட்டலிலாவது எண் 5 கிடைக்க நிகழ்தகவு காண்க.

$$S = \{(1,1) \dots (6,6)\} n(S) = 36$$

$$\text{முதல் உருட்டலில் } 5: A = \{(5,1) (5,2) (5,3) (5,4) (5,5) (5,6)\}$$

$$n(A) = 6, P(A) = \frac{6}{36}$$

$$\text{இரண்டாம் உருட்டலில் } 5: B = \{(1,5) (2,5) (3,5) (4,5) (5,5) (6,5)\}$$

$$n(B) = 6, P(B) = \frac{6}{36}$$

$$A \cap B = \{(5,5)\} \Rightarrow n(A \cap B) = 1 \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{36}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow \frac{6}{36} + \frac{6}{36} - \frac{1}{36} = \frac{11}{36}$$

3. ENTERTAINMENT என்ற சொல்லில் ஆங்கில உயிரெழுத்து அல்லது T ஆக இருக்க நிகழ்தகவு?

$$S = \{E, N, T, E, R, T, A, I, N, M, E, N, T\} N(S) = 13$$

$$\text{ஆங்கில உயிரெழுத்து } : A = \{E, E, A, I, E\}, n(A) = 5$$

$$P(A) = \frac{5}{13}$$

$$T \text{ எழுத்து } : B = \{T, T, T\}, n(B) = 3$$

$$P(B) = \frac{3}{13}$$

$$n(A \cap B) = 0, P(A \cap B) = 0$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) \Rightarrow \frac{5}{13} + \frac{3}{13} = \frac{8}{13}$$

4. 52 சீட்டுகள் ஒரு இராசா அல்லது ஒரு ஹார்ட் சீட்டு எடுக்க நிகழ்தகவு?

$$n(S) = 52$$

$$\text{ஹார்ட் } : A \quad n(A) = 13, \quad P(A) = \frac{13}{52}$$

$$\text{இராசா } : B \quad n(B) = 4, \quad P(B) = \frac{4}{52}$$

$$n(A \cap B) = 1, \quad P(A \cap B) = \frac{1}{52}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\frac{13}{52} + \frac{4}{52} - \frac{1}{52} = \frac{16}{52} = \frac{4}{13}$$

5. ஒரு பையில் 10 வெள்ளை, 5 கருப்பு, 3 பச்சை, 2 சிவப்பு பந்து. ஒரு பந்து வெள்ளை அல்லது கருப்பு அல்லது பச்சை ஆக இருக்க நிகழ்தகவு

$$n(S) = 10 + 6 + 10 = 26$$

வெள்ளை: A $n(A) = 10$, $P(A) = \frac{10}{26}$

கருப்பு : B $n(B) = 6$, $P(B) = \frac{6}{26}$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{10}{26} + \frac{6}{26} = \frac{16}{26} = \frac{8}{13}$$

6. ஒரு பகடை இருமுறை உருட்டப்படும். முதலாவது உருட்டலில் இரட்டைப்படை எண் அல்லது முக கூடுதல் 8.

$$S = \{(1, 1) \dots (1, 6)\}; n(S) = 36$$

இரட்டைப் படை எண்கள் கிடைக்க : $A = \{(2, 1) (2, 2) (2, 3) (2, 4) (2, 5) (2, 6)$

$(4, 1) (4, 2) (4, 3) (4, 4) (4, 5) (4, 6)$

$(6, 1) (6, 2) (6, 3) (6, 4) (6, 5) (6, 6)\}$

$$n(S) = 36, P(A) = \frac{18}{36}$$

கூடுதல் 8 கிடைக்க : $B = \{(2, 6) (3, 5) (4, 4) (5, 3) (6, 2)\}$

$$n(B) = 5, P(B) = \frac{5}{36}$$

$$A \cap B = \{(2, 6) (4, 4) (6, 2)\} n(A \cap B) = 3, P(A \cap B) = \frac{3}{36}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{18}{36} + \frac{5}{36} - \frac{3}{36} = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}$$

7. ஒரு புதிய மகிழ்ந்து வடிவமைப்பிற்கு விருது நிகழ்த்தகவு 0.25, எரிபொருள் பயன்பாட்டின் நிகழ்த்தகவு 0.35, இரு விருதுகளும் 0.15, i) குறைந்தது ஏதாவது ஒரு விருது ii) ஒரே ஒரு விருது மட்டும்

$$P(A) = 0.25, P(B) = 0.35, P(A \cap B) = 0.15$$

$$i) P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.25 + 0.35 - 0.15 = 0.45$$

$$ii) P(\bar{A} \cap B) + P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B) + P(B) - P(A \cap B) = 0.25 - 0.15 + 0.35 - 0.15 = 0.10 + 0.20 = 0.3$$

8. ஒரு மாணவி மருத்துவ கல்லூரி நிகழ்த்தகவு 0.16, பொறியியல் கல்லூரி நிகழ்த்தகவு 0.24, இரு கல்லூரிகளும் 0.11 i) ஏதாவது ஒரு கல்லூரி ii) ஒரே ஒரு கல்லூரி மட்டும்

$$P(A) = 0.16, P(B) = 0.24, P(A \cap B) = 0.11$$

$$i) P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.16 + 0.24 - 0.11 = 0.40 - 0.11 = 0.29$$

$$ii) P(A \cap \bar{B}) + P(\bar{A} \cap B) = P(A) - P(A \cap B) + P(B) - P(A \cap B) = 0.16 - 0.11 + 0.24 - 0.11 = 0.05 + 0.13 = 0.18$$

9. 52 சீட்டுகள், அந்த சீட்டு ஸ்பேடு அல்லது இராசா வாக அல்லது சிவப்பு நிறச் சீட்டாக இருப்பதற்கு நிகழ்த்தகவு யாது?

$$n(S) = 52$$

இராசா	ஸ்பேடு	சிவப்பு நிறச் சீட்டு
$n(A) = 4$,	$n(B) = 13$,	$n(C) = 26$,

$$P(A) = \frac{4}{52} \quad P(B) = \frac{13}{52} \quad P(C) = \frac{26}{52}$$

$$n(A \cap B) = 1 \quad n(B \cap C) = 13 \quad n(A \cap C) = 2 \quad n(A \cap B \cap C) = 1$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{52} \quad P(B \cap C) = \frac{13}{52} \quad P(A \cap C) = \frac{2}{52} \quad P(A \cap B \cap C) = \frac{1}{52}$$

$$\begin{aligned} P(A \cup B \cup C) &= P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(B \cap C) - P(A \cap C) + P(A \cap B \cap C) \\ &= \frac{4}{52} + \frac{13}{52} + \frac{26}{52} - \frac{1}{52} - \frac{13}{52} - \frac{2}{52} + \frac{1}{52} = \frac{28}{52} = \frac{7}{13} \end{aligned}$$

10. ஒரு பையில் 10 வெள்ளை, 5 கறுப்பு, 2 சிவப்பு உள்ளது. ஒரு பந்து வெள்ளை அல்லது கறுப்பு அல்லது பச்சை நிறம்

$$n(S) = 10 + 5 + 3 + 2 = 20$$

வெள்ளை: A

கறுப்பு: B

பச்சை: C

$$n(A) = 10$$

$$n(B) = 5$$

$$n(C) = 3$$

$$P(A) = \frac{10}{20}$$

$$P(B) = \frac{5}{20}$$

$$P(C) = \frac{3}{20}$$

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C)$$

$$= \frac{10}{20} + \frac{5}{20} + \frac{3}{20} = \frac{18}{20}$$

$$= \frac{9}{10}$$

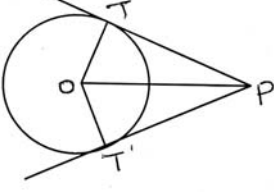
11. $P(A) = \frac{4}{5}$, $P(B) = \frac{2}{3}$, $P(C) = \frac{3}{7}$, $P(A \cap B) = \frac{8}{15}$, $P(B \cap C) = \frac{2}{7}$, $P(A \cap C) = \frac{12}{35}$, $P(A \cap B \cap C) = \frac{8}{35}$,

$$P(A \cup B \cup C) = ?$$

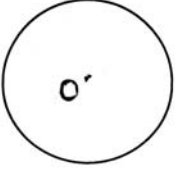
$$P(A \cup B \cup C) = \frac{4}{5} + \frac{2}{3} + \frac{3}{7} - \frac{8}{15} - \frac{2}{7} - \frac{12}{35} + \frac{8}{35}$$

$$= \frac{84 + 70 + 45 - 56 - 30 - 36 + 24}{105} = \frac{101}{105}$$

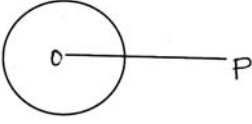
9. செய்யுறை வடிவியல்



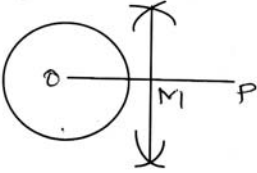
படி 1: உதவிப்படம் வரைக. ஆரம் OT, தூரம் OP ஐ குறிக்க.



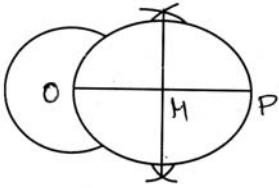
படி 2 : O வை மையமாகக் கொண்டு கொடுக்கப்பட்ட ஆரத்தின் அளவில் வட்டம் வரைக.



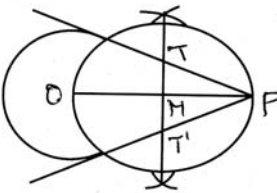
படி 3: Oவிலிருந்து OPல் P என்ற புள்ளியைக் குறிக்க.



படி 4: OP ன் நடுக்குத்துக்கோடு வரைக.



படி 5: Mஐ மையமாகவும் OM ஐ ஆரமாகவும் உடைய இரண்டாவது வட்டம் வரைக.



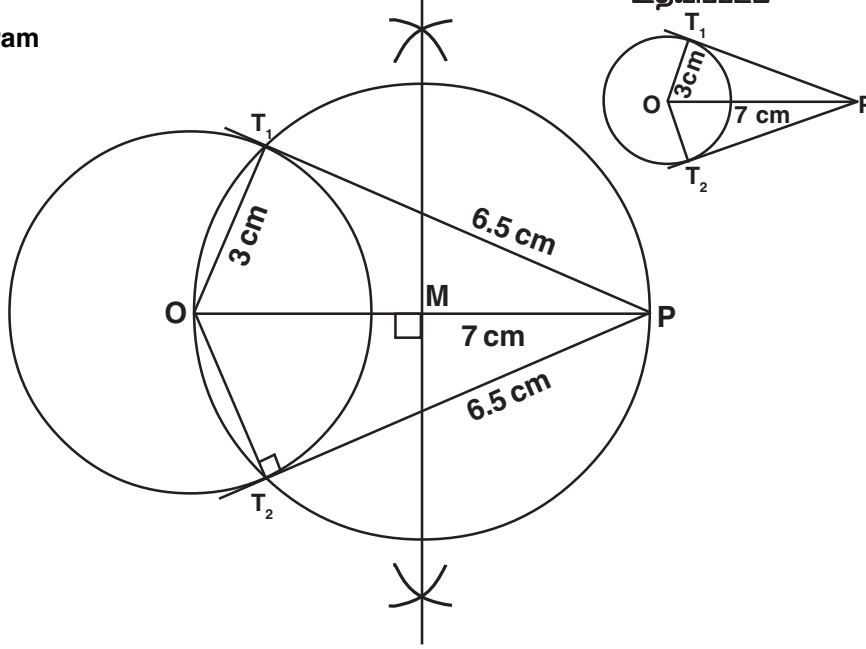
படி 6 : இரண்டு வட்டங்களும் T, T' என்ற இரு புள்ளிகளில் வெட்டுகின்றன. PT, PT' ஐ இணை. அவற்றின் நீளங்களை அளந்து எழுதுக.

குறிப்பு: i) விடையை சரிபார்க்க என்று கேட்டால் மட்டும் சரிபார்க்க.

ii) வட்டத்துக்கு வெளியே உள்ள புள்ளியிலிருந்து வட்டத்துக்கு இரு தொடுகோடுகள் வரையலாம்.

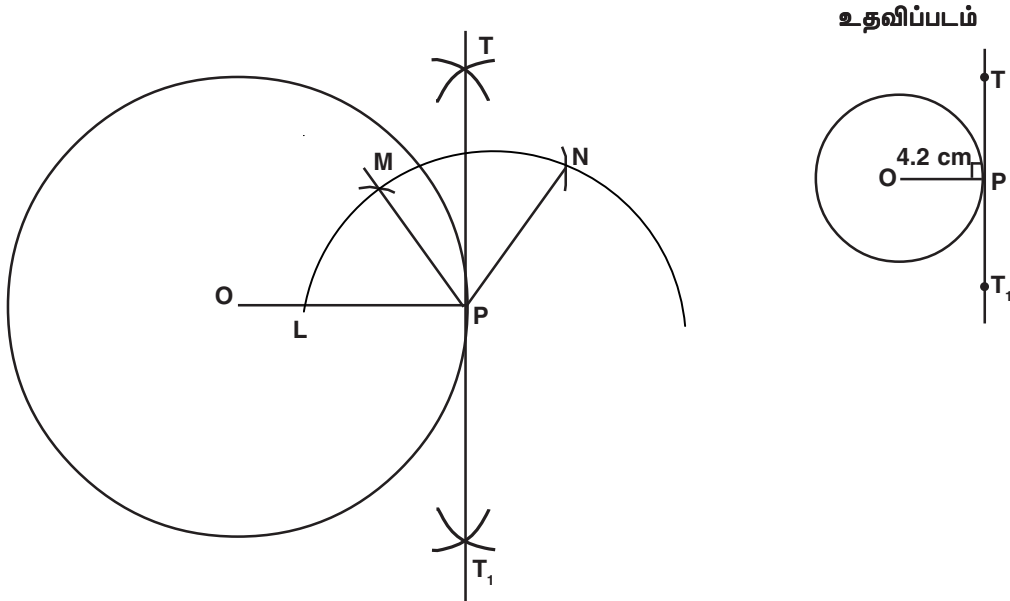
1. ஆரம் 3 செ.மீ அளவில் ஒரு வட்டம் வரைக. மையத்திலிருந்து 7 செ.மீ தொலைவிலுள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து வட்டத்துக்கு தொடுகோடுகள் வரைக. அதன் நீளங்களை அளந்து எழுதுக.

Fair diagram



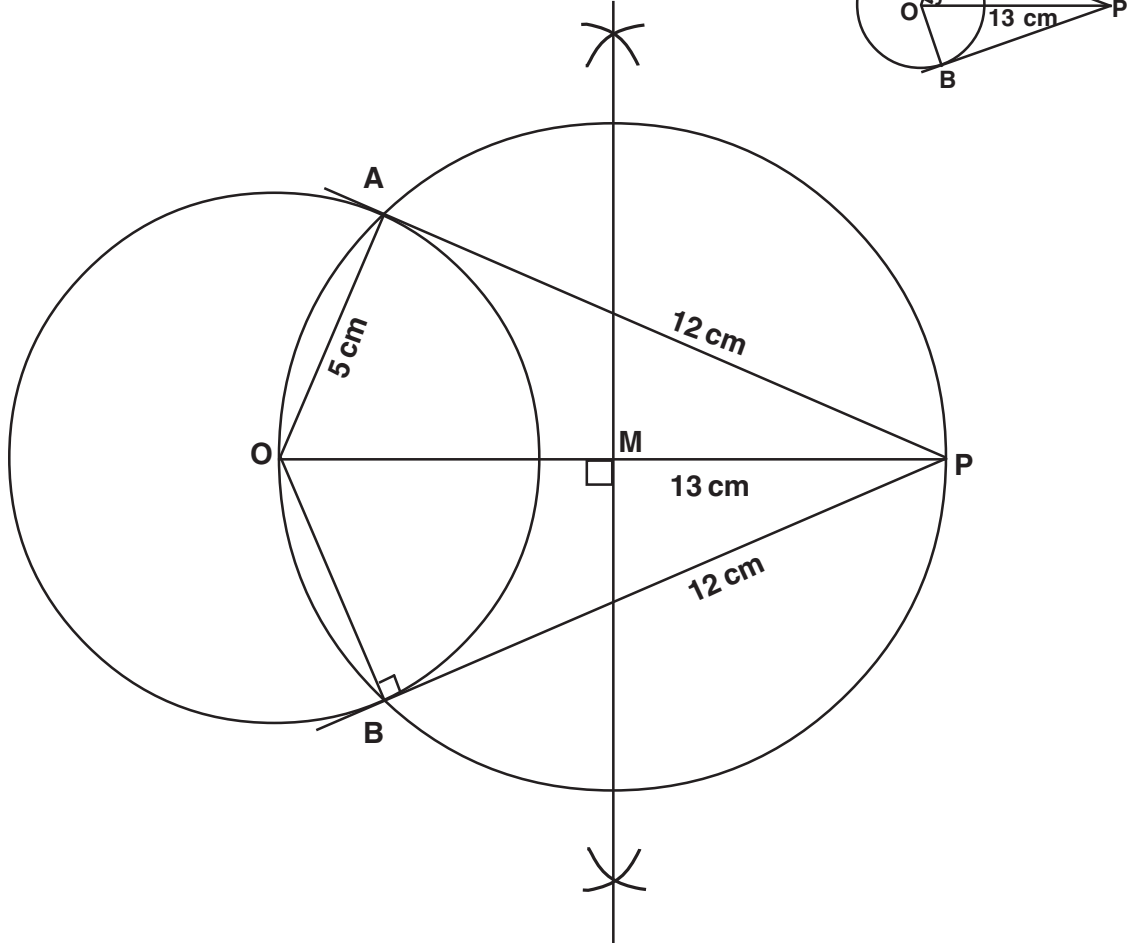
2. ஆரம் 4.2 செ.மீ அளவில் ஒரு வட்டம் வரைக. வட்டத்தின் மீது ஏதாவது ஒரு புள்ளியைக் குறித்து, மையப்புள்ளியைப் பயன்படுத்தி அப்புள்ளியில் ஒரு தொடுகோடு வரைக.

Fair diagram



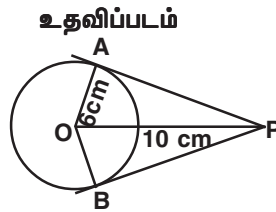
3. விட்டம் 10 செ.மீ அளவில் ஒரு வட்டம் வரைக. மையத்திலிருந்து 13 செ.மீ தொலைவிலிருந்து வட்டத்திற்கு PA, PB என்ற இரு தொடுகோடுகள் வரைக. அவற்றின் நீளங்களை அளந்து எழுதுக.

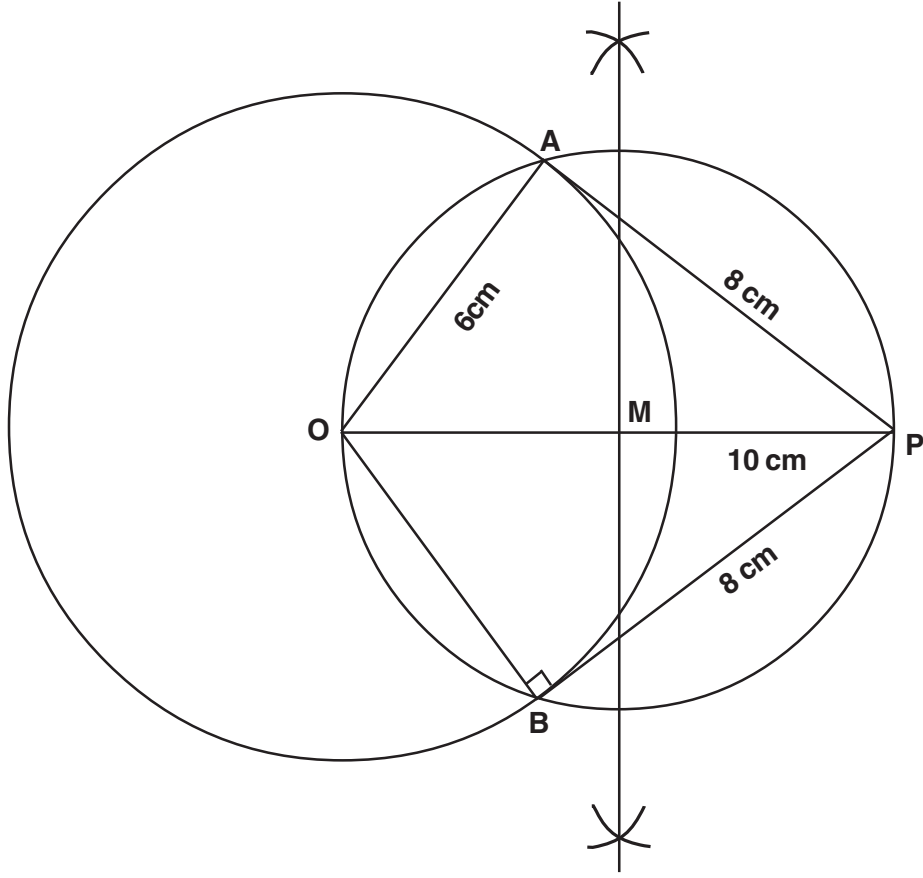
Fair Diagram



4. ஆரம் 6 செ.மீ அளவுள்ள வட்டத்தின் மையத்திலிருந்து 10 செ.மீ தொலைவில் உள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து வட்டத்திற்கு இரு தொடுகோடுகள் வரைக. அவற்றின் நீளங்களை அளந்து எழுதுக.

Fair Diagram

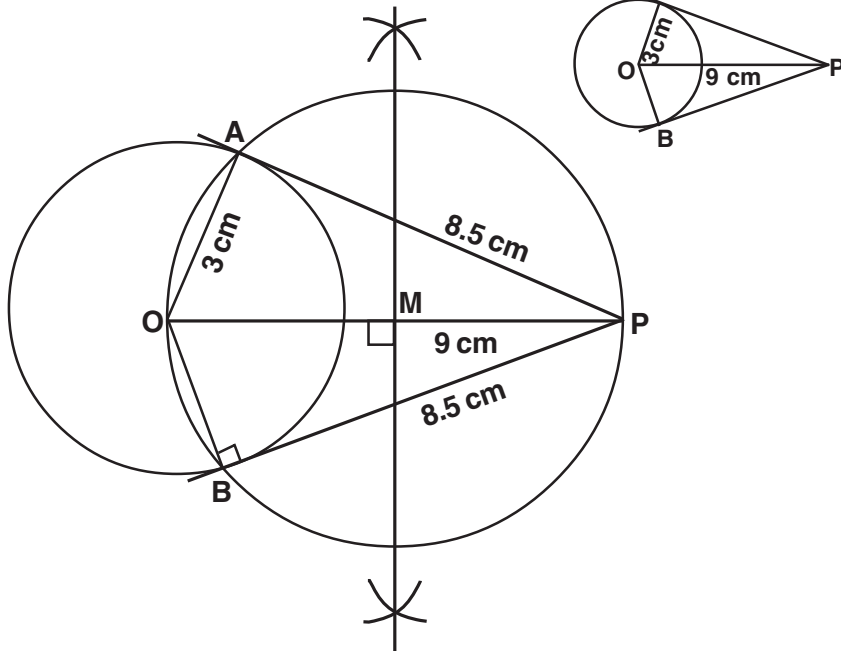




5. ஆரம் 3 செ.மீ அளவுள்ள வட்டத்தின் மையத்திலிருந்து 9 செ.மீ தொலைவில் உள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து வட்டத்திற்கு இரண்டு தொடுகோடுகள் வரைக.

Fair Diagram

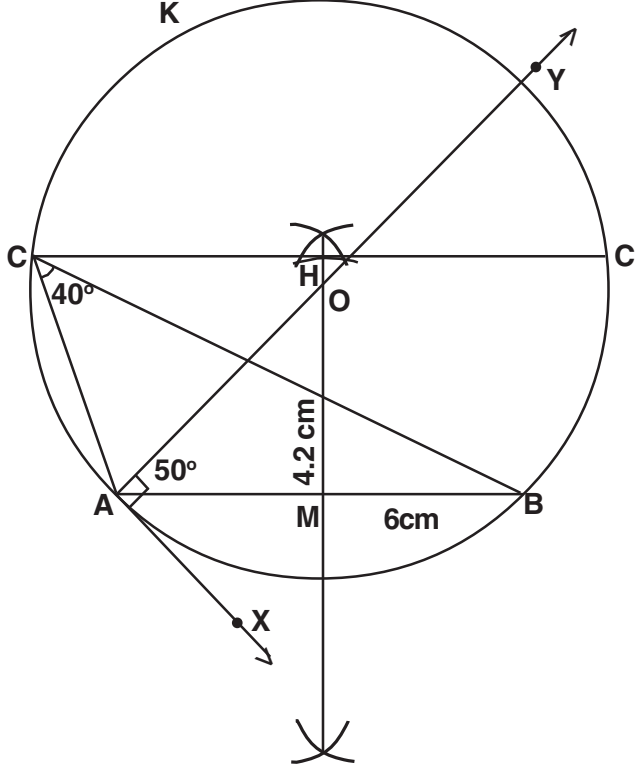
உதவிப்படம்



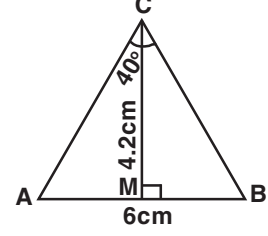
முக்கோணங்கள் வரைதல்

1. $AB = 6$ செ.மீ $\angle C = 40^\circ$ மற்றும் உச்சி Cயிலிருந்து ABக்கு வரையப்பட்ட குத்துக்கோட்டின் நீளம் 4.2 செ.மீ கொண்ட $\triangle ABC$ வரைக.

Fair Diagram

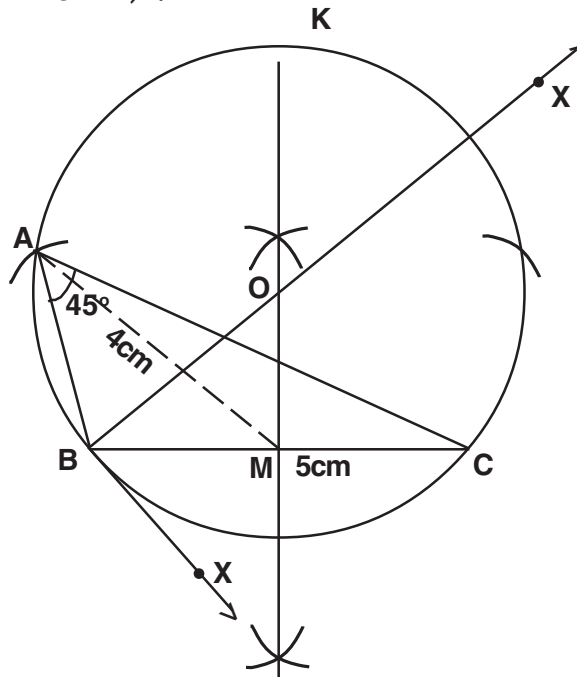


உதவிப்படம்

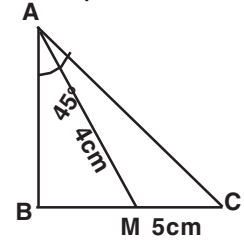


2. $\triangle ABC$ ல் $BC = 5$ செ.மீ $\angle A = 45^\circ$ மற்றும் உச்சி Aயிலிருந்து BCக்கு வரையப்பட்ட நடுக்கோட்டின் நீளம் 4 செ.மீ என இருக்கும்படி $\triangle ABC$ வரைக.

Fair Diagram



உதவிப்படம்



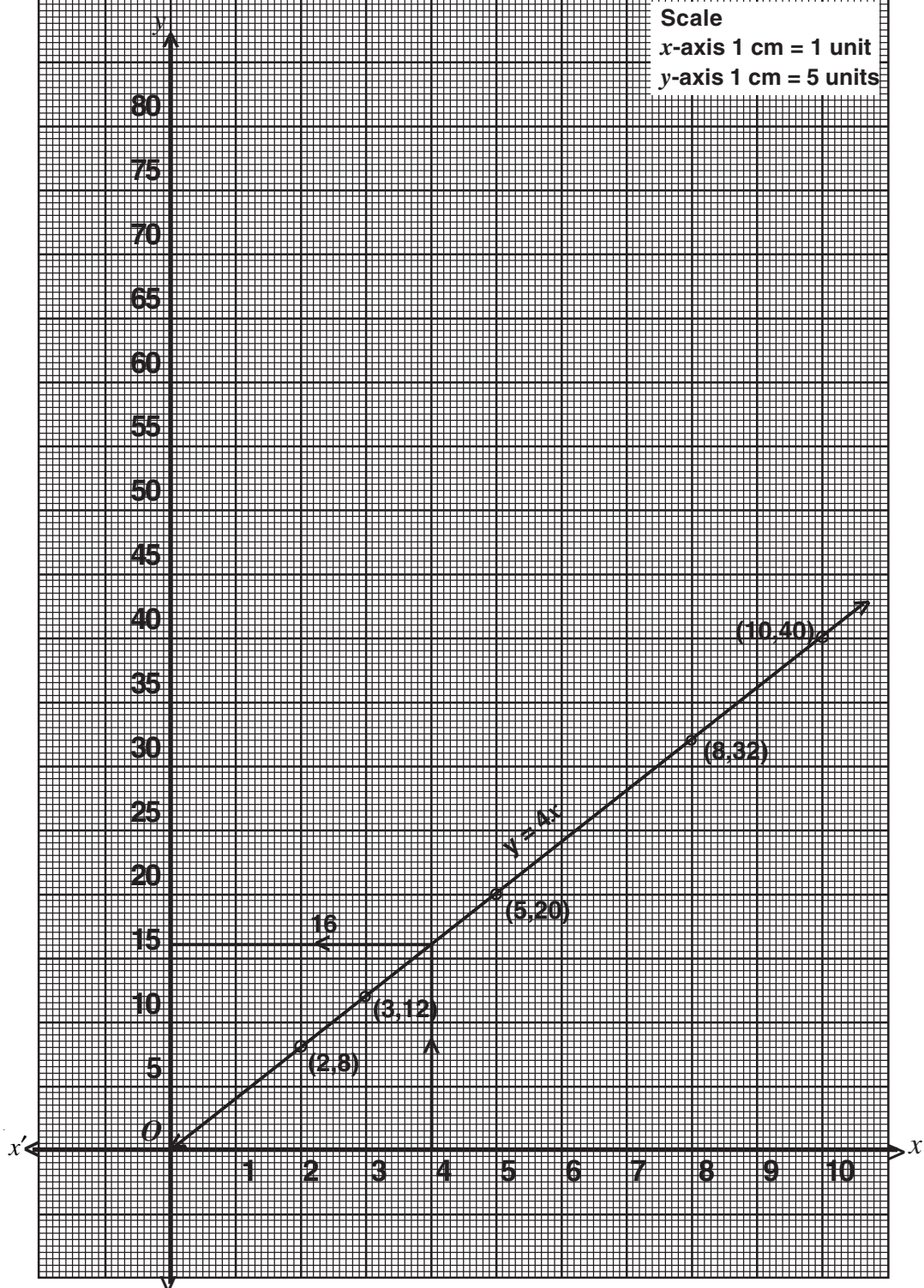
10. வரைபடங்கள்

1. கீழ்க்காணும் அட்டவணைக்குத் தகுந்த வரைபடம் வரைந்து மாறிகளின் மாறுபாட்டுத் தன்மையைக் காண்க.

x	2	3	5	8	10
y	8	12	20	32	40

மேலும், $x=4$ எனில் y ன் மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு : $x = 4$ எனில் $y = 16$ ஆகும்

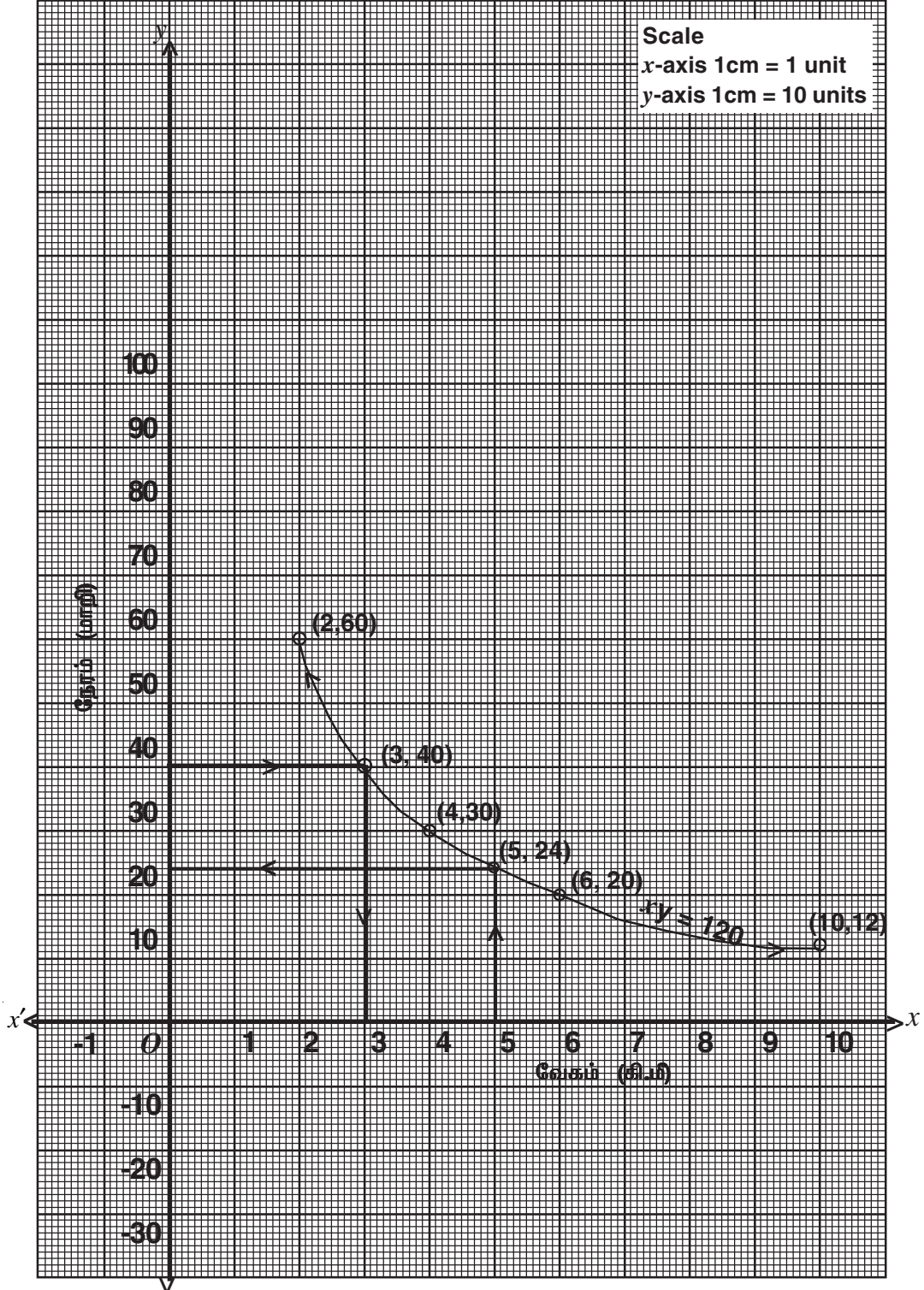


2. ஒரு மிதிவண்டி ஓட்டுபவர் A என்ற இடத்திலிருந்து B என்ற இடத்திற்கு ஒரு சீரான வேகத்தில் ஒரே வழியில் வெவ்வேறு நாட்களில் பயணம் செய்கிறார். அவர் பயணம் செய்த வேகம் அத்தூரத்தினைக் கடக்க எடுத்துக்கொண்ட நேரம் ஆகியனவற்றைப் பற்றிய விவரங்கள் (வேக-கால) பின்வரும் அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

வேகம் (கி.மீ/மணி)	2	4	6	10	12
நேரம் (மணியில்)	60	30	20	12	10

வேக-கால வரைபடம் வரைந்து அதிலிருந்து i) அவர் மணிக்கு 5 கி.மீ வேகத்தில் சென்றால் தூரத்தைக் கடக்க ஆகும் பயண நேரம் ii) அவர் இக்குறிப்பிட்ட தூரத்தை 40 மணி நேரத்தில் கடக்க எந்த வேகத்தில் பயணிக்க வேண்டும். ஆகியனவற்றைக் காண்க,

தீர்வு: i) $x = 5$ எனில் $y = 24$, ii) $y = 40$ எனில் $x = 3$



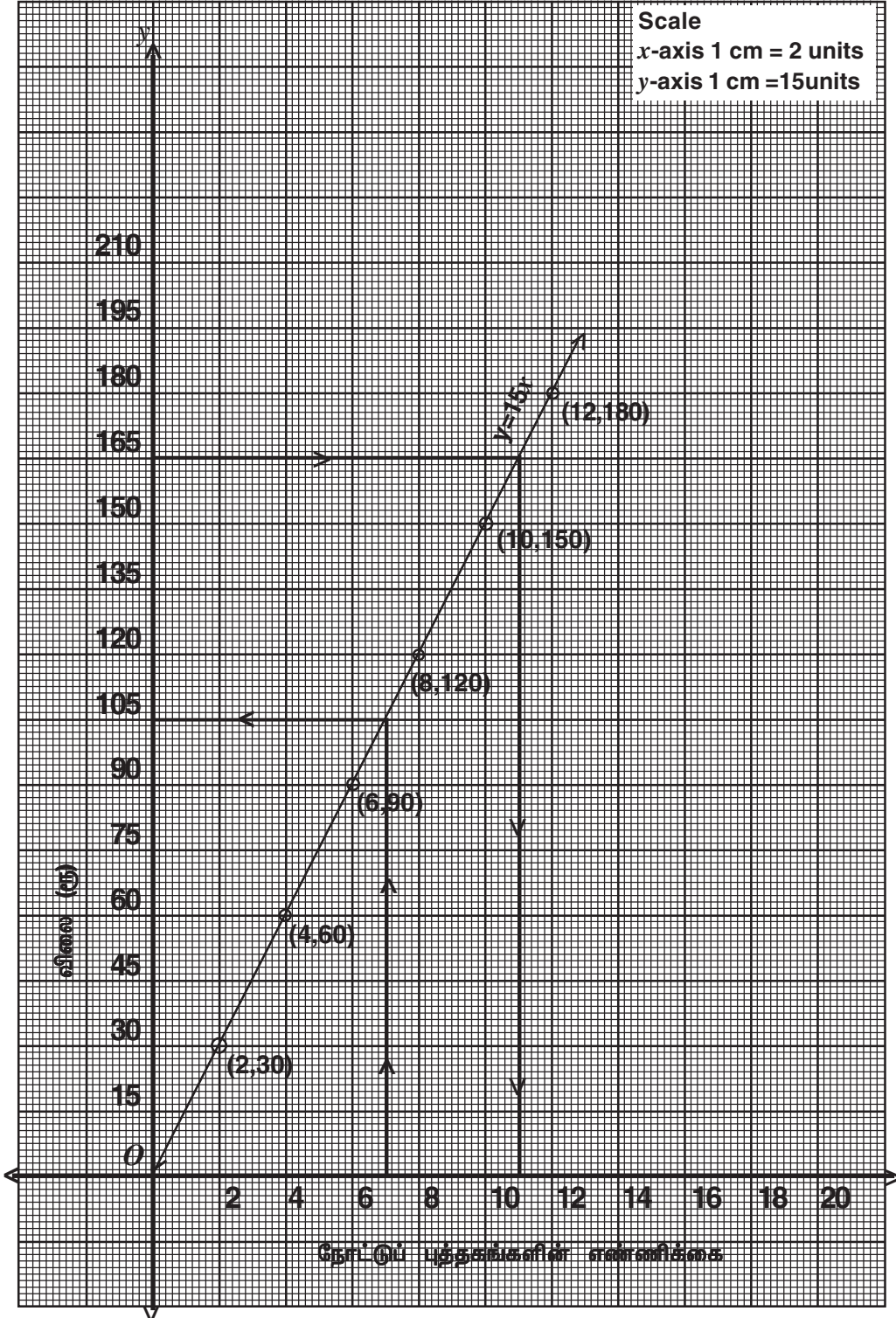
3. வாங்கப்பட்ட நோட்டுப் புத்தகங்களின் எண்ணிக்கை மற்றும் அதற்கான விலை விவரம் பின்வரும் அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளது.

நோட்டுப்புத்தகங்களின் எண்ணிக்கை (x)	2	4	6	8	10	12
விலை ரூ. (y)	30	60	90	120	150	180

இதற்கான வரைபடம் வரைந்து அதன் மூலம் i) ஏழு நோட்டுப்புத்தகங்களின் விலையைக் காண்க.

ii) ரூ.165க்கு வாங்கப்பட்ட நோட்டுப்புத்தகங்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

தீர்வு: x = 7 எனில் y = ரூ.105 y = ரூ.165 எனில் x = 13



4.

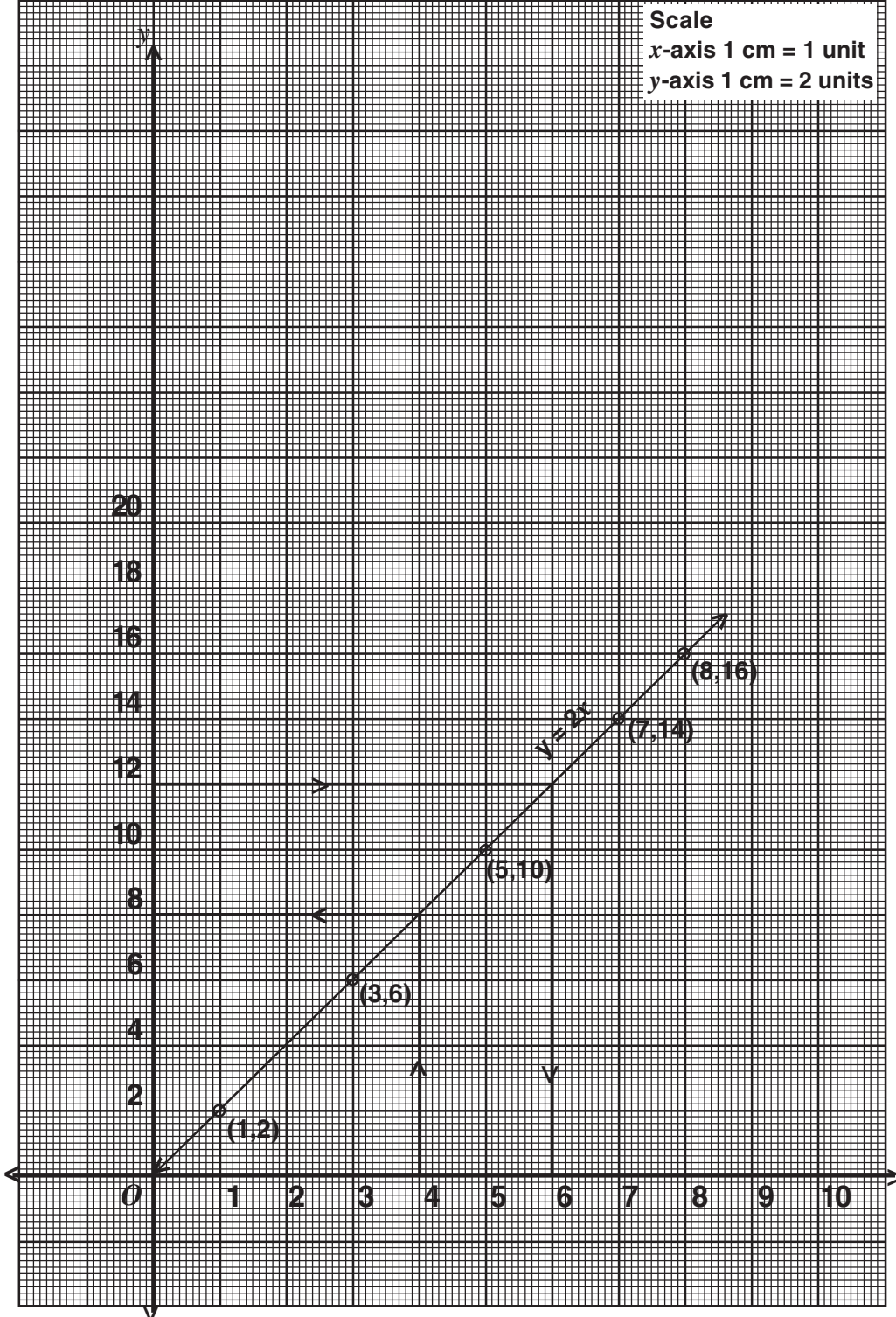
x	1	3	5	7	8
y	2	6	10	14	16

மேற்கண்ட அட்டவணையில் உள்ள விவரத்திற்கு வரைபடம் வரைந்து அதன் மூலம்

i) $x = 4$ எனில் y ன் மதிப்பையும் ii) $y = 12$ எனில் x ன் மதிப்பையும் காண்க.

தீர்வு : i) $x = 4$ எனில் $y = 8$

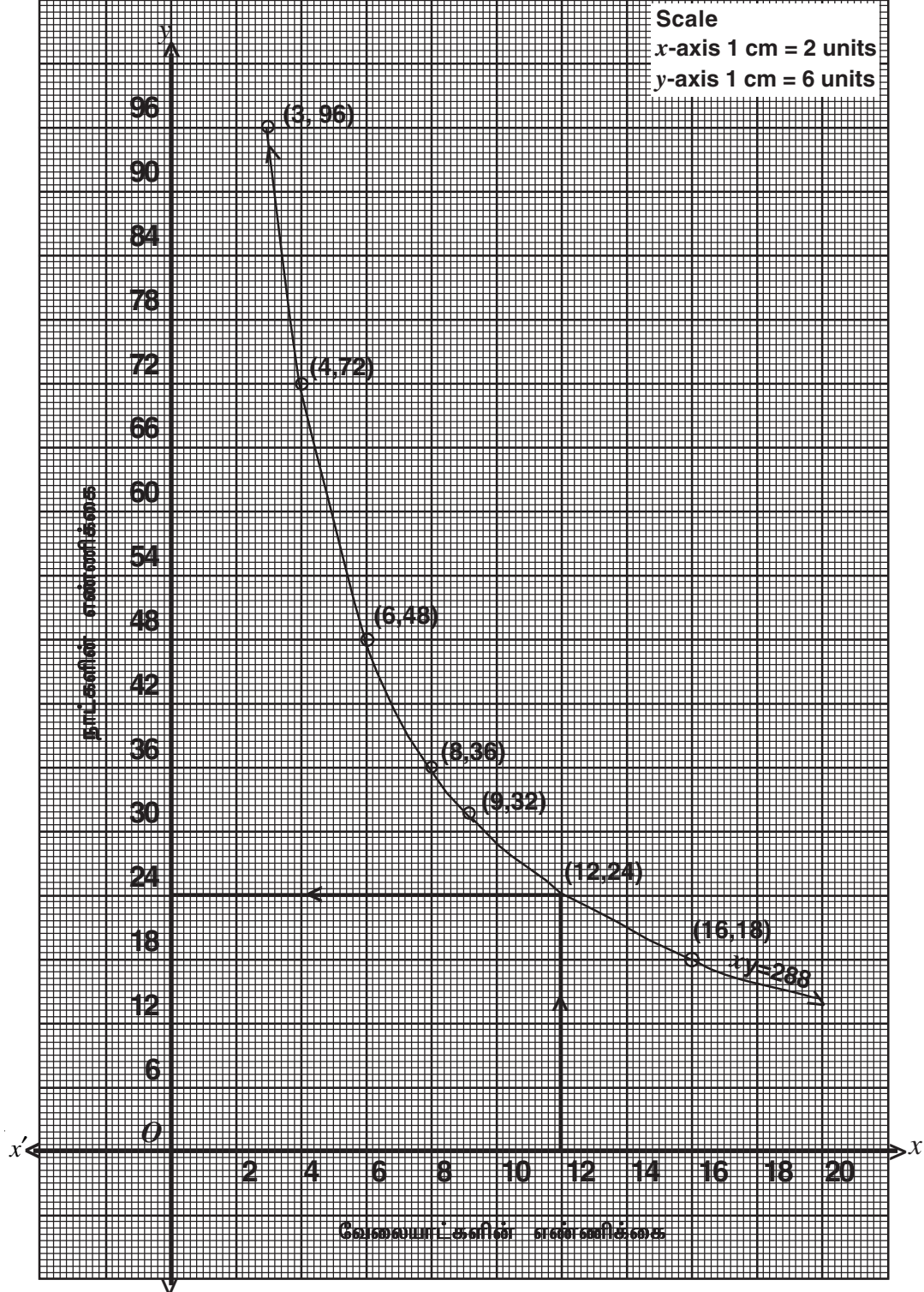
ii) $y = 12$ எனில் $x = 6$



5. வேலையாட்களின் எண்ணிக்கை (x)	3	4	6	8	9	16
நாட்களின் எண்ணிக்கை (y)	96	72	48	36	32	18

அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள விவரத்திற்கான வரைபடம் வரைக. அதன்மூலம் 12 வேலையாட்கள் அவ்வேலையை முழுவதுமாக செய்து முடிக்க ஆகும் நாட்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

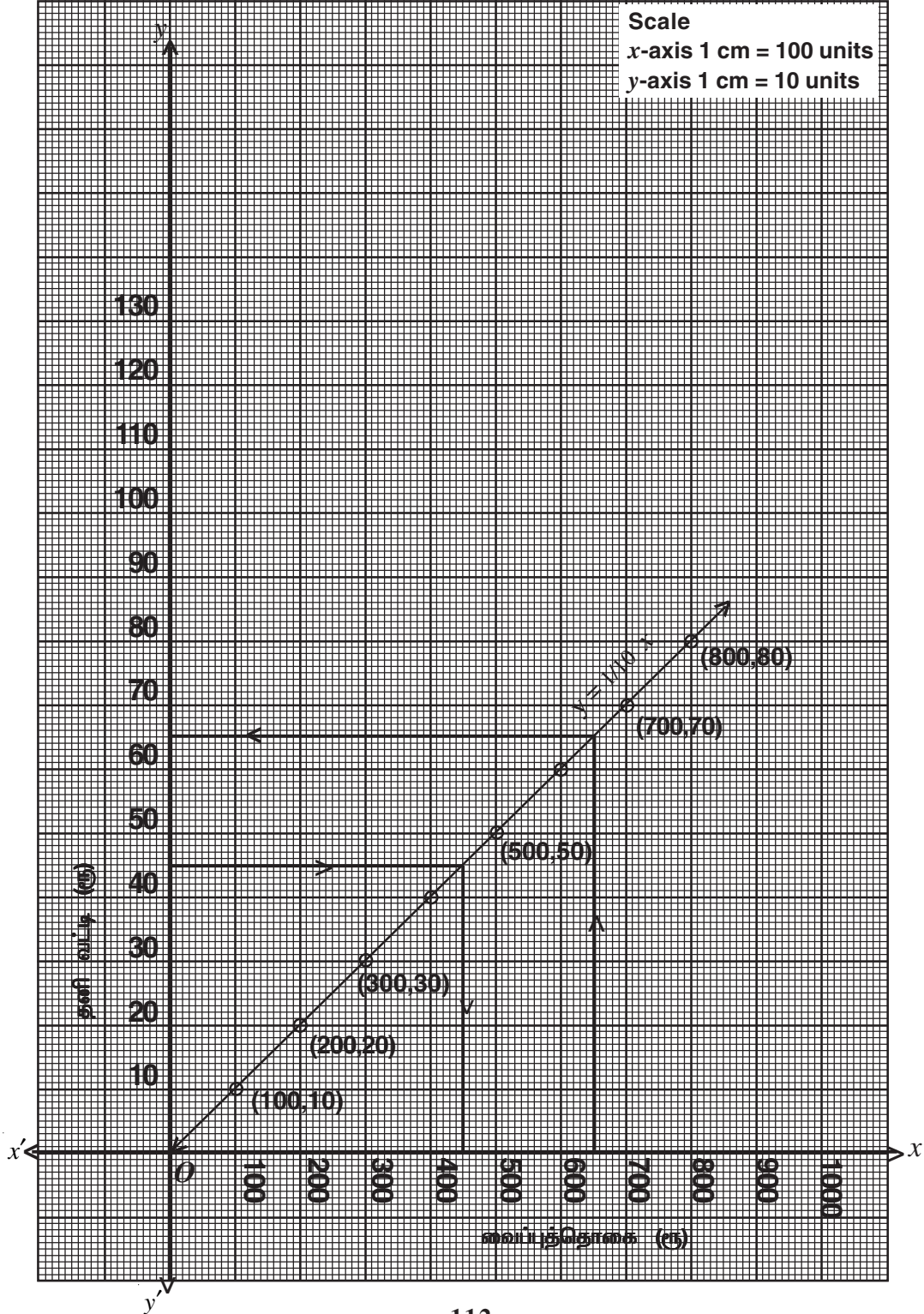
தீர்வு : $x = 12$ எனில் $y = 24$



1. ஒரு வங்கி மூத்தக்குடிமகனின் வைப்புத்தொகைக்கு 10% தனிவட்டி தருகிறது. வைப்புத்தொகைக்கும் அதற்கு ஓர் ஆண்டுக்கு கிடைக்கும் வட்டிக்கும் இடையேயான தொடர்பினைக் காட்ட ஒரு வரைபடம் வரைக. அதன் மூலம் i) ரூ. 650 வைப்புத்தொகைக்கு கிடைக்கும் வட்டி மற்றும்
ii) ரூ.45 வட்டியாகக் கிடைக்க வங்கியில் செலுத்தப்பட வேண்டிய வைப்புத்தொகை ஆகியனவற்றைக் காண்க.

வைப்புத்தொகை (x)	100	200	300	400	500	600	700	800
தனிவட்டி (y)	10	20	30	40	50	60	70	80

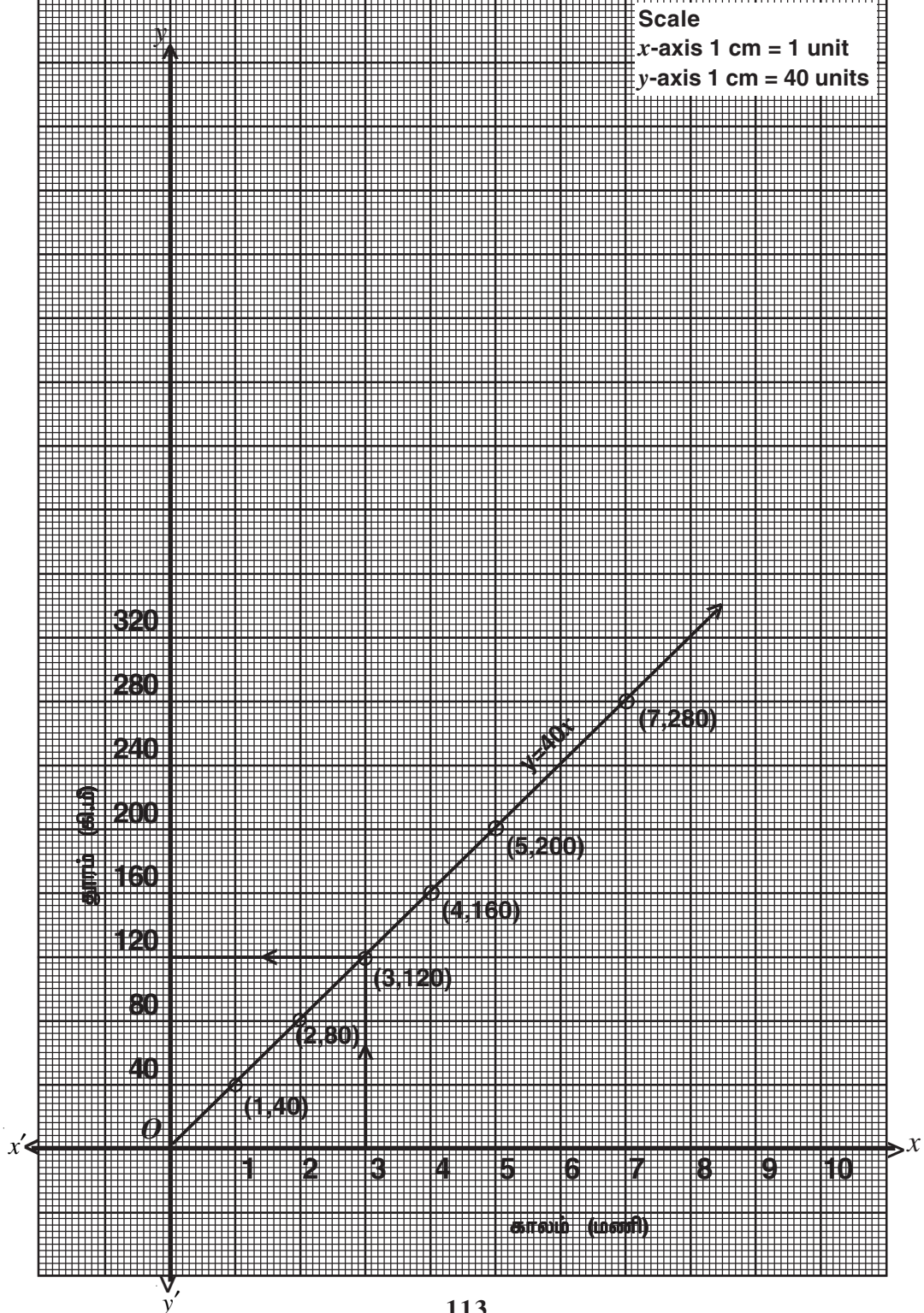
வரைபடத்திலிருந்து $x = \text{ரூ. } 650$ எனில் $y = \text{ரூ. } 65$ $y = \text{ரூ. } 45$ எனில் $x = \text{ரூ. } 450$



2. ஒரு பேருந்து மணிக்கு 40 கி.மீ வேகத்தில் செல்கிறது இதற்குரிய தூர கால தொடர்பினை வரைபடம் வரைக. இதைப்பயன்படுத்தி 3 மணி நேரத்தில் இப்பேருந்து பயணித்த தூரத்தைக் கண்டுபிடி. (June 13, June 14) தீர்வு:

காலம் (மணியில்)	1	2	3	4	5	6	7
தூரம் y (கி.மீ)	40	80	120	160	200	240	280

வரைபடத்திலிருந்து $x = 3$ மணி எனில் $y = 120$ கி.மீ



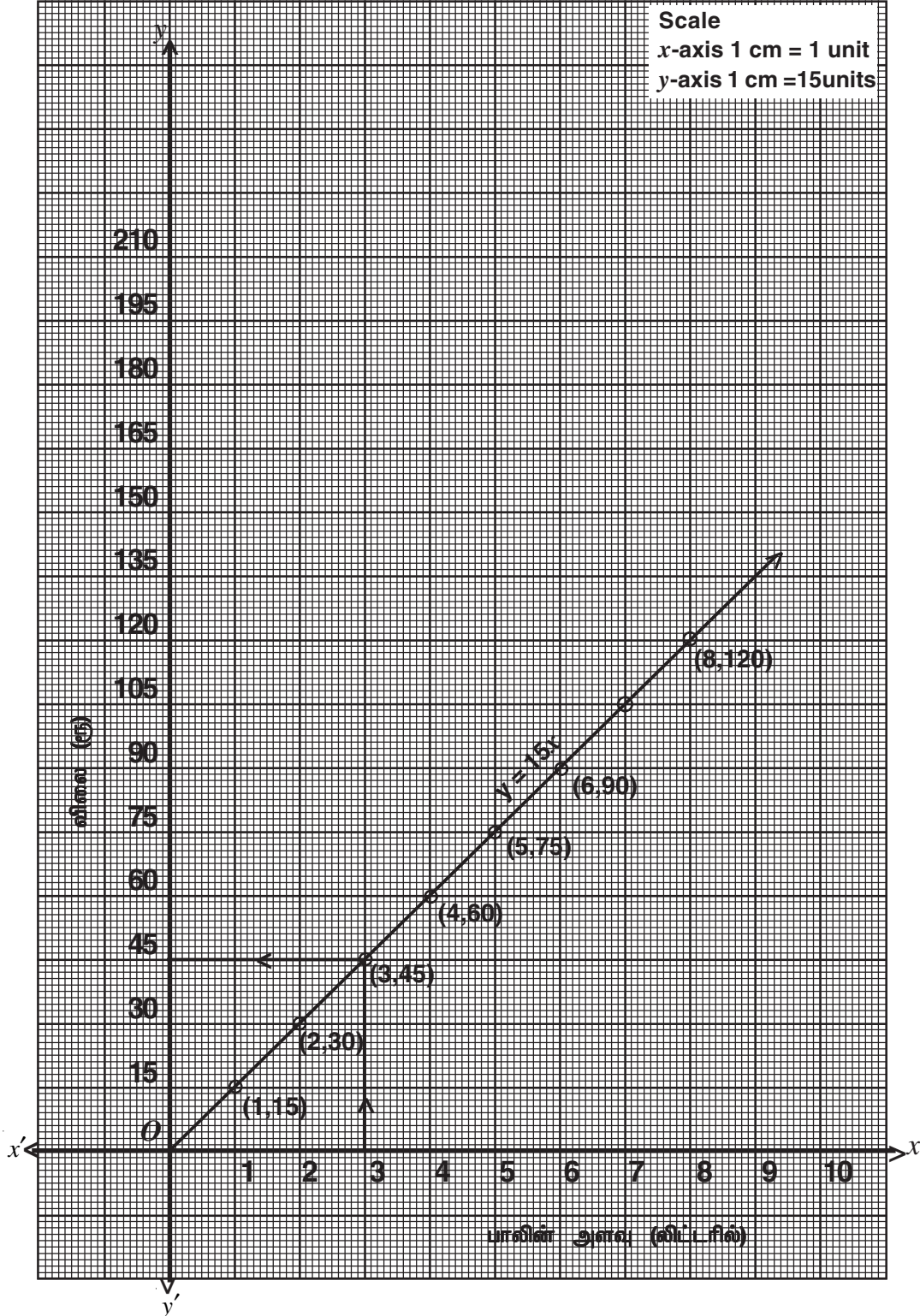
3. ஒரு லிட்டர் பாலின் விலை ரூ.15 என்க. பாலின் அளவுக்கும் விலைக்கும் உள்ளத் தொடர்பினைக் காட்டும் வரைபடம் வரைக. அதனைப் பயன்படுத்தி

i) விகிதசம மாறிலியைக் காண்க. ii) 3 லிட்டர் பாலின் விலையைக் காண்க.

தீர்வு:

பாலின் அளவு லிட்டரில் (x)	1	2	3	4	5	6	7
விலை ரூ. y	15	30	45	60	75	90	105

i) விகித சம மாறிலி 15 ii) 3 லிட்டர் பாலின் விலை ரூ.45



4. $xy = 20, x, y > 0$ என்ற வரைபடம் வரைக. வரைபடத்திலிருந்து $x = 5$ எனில் y ன் மதிப்பையும் $y = 10$ எனில் x ன் மதிப்பையும் காண்க.

தீர்வு:

$xy = 20$ க்கான அட்டவணை

x	1	2	4	5	10	20
y	20	10	5	4	2	1

$x = 5$ எனில் $y = 4$, $y = 10$ எனில் $x = 2$

