இரண்டு மதிப்பெண் வினாக்கள்

1. கணங்களும் சார்புகளும்

1. $A = \{4, 6, 7, 8, 9\}$, $B = \{2, 4, 6\}$, $C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ எனில் $A \cup (B \cap C)$ காண்க.

தீர்வு:

$$A = \{4, 6, 7, 8, 9\},\ B = \{2, 4, 6\},\ C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$B \cap C = \{2, 4, 6\} \cap \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$
$$= \{2, 4, 6\}$$
$$\therefore\ A \cup (B \cap C) = \{4, 6, 7, 8, 9\} \cup \{2, 4, 6\}$$
$$= \{2, 4, 6, 7, 8, 9\}$$

2. $A = \{10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50\}$, $B = \{1, 5, 10, 15, 20, 30\}$, $C = \{7,8, 15, 20, 35, 45, 48\}$ எனில் $A \setminus (B \cap C)$ காண்க.

தீர்வு:

$$(B \cap C) = \{1, 5, 10, 15, 20, 30\} \cap \{7,8, 15, 20, 35, 45, 48\}$$
$$= \{15, 20\}$$
$$A \setminus (B \cap C) = \{10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50\} \setminus \{15, 20\}$$
$$= \{10, 25, 30, 35, 40, 45, 50\}$$

3. $P = \{a, b, c\}$, $Q = \{g, h, x, y\}$ and $R = \{a, e, f, s\}$ எனில் $R \setminus (P \cap Q) = ?$

தீர்வு:

$$P \cap Q = \{a, b, c\} \cap \{g, h, x, y\} = \{\ \}$$
$$R \setminus (P \cap Q) = \{a, e, f, s\} \setminus \{\ \} = \{a, e, f, s\}$$

4. $\cup = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28\}$, $A = \{8, 16, 24\}$ and $B = \{4, 16, 20, 28\}$ எனில் $(A \cup B)'$ மற்றும் $(A \cap B)'$ காண்க.

தீர்வு:

$$A \cup B = \{8, 16, 24\} \cup \{4, 16, 20, 28\}$$
$$= \{4, 8, 16, 20, 24, 28\}$$
$$(A \cup B)' = \cup \setminus (A \cup B)$$
$$= \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28\} \setminus \{4, 8, 16, 20, 24, 28\}$$
$$= \{12\}$$
$$A \cap B = \{8, 16, 24\} \cap \{4, 16, 20, 28\}$$
$$= \{16\}$$
$$\therefore (A \cap B)' = \cup \setminus (A \cap B)$$
$$= \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28\} \setminus \{16\}$$
$$= \{4, 8, 12, 20, 24, 28\}$$

5. $A = \{-10, 0, 1, 9, 2, 4, 5\}$, $B = \{-1, -2, 5, 6, 2, 3, 4\}$ என்ற கணங்களுக்கு வெட்டு பரிமாற்று பண்பு உடையதா என்பதை சரிபார்.

தீர்வு:

$$A \cap B = B \cap A$$
$$A \cap B = \{-10, 0, 1, 9, 2, 4, 5\} \cap \{-1, -2, 5, 6, 2, 3, 4\}$$
$$= \{2, 4, 5\} \quad \text{---- (1)}$$
$$B \cap A = \{-1, -2, 5, 6, 2, 3, 4\} \cap \{-10, 0, 1, 9, 2, 4, 5\}$$
$$= \{2, 4, 5\} \quad \text{---- (2)}$$
$$(1) = (2)$$
$$A \cap B = B \cap A$$

6. A = {4, 6, 7, 8, 9}, B = {2, 4, 6}, C = {1, 2, 3, 4, 5, 6} $A\cap(B\cup C)$ காண்க.

தீர்வு:

$B\cup C$ = {2, 4, 6} $\cup$ {1, 2, 3, 4, 5, 6}
= {1, 2, 3, 4, 5, 6}

$A\cap(B\cup C)$ = {4, 6, 7, 8, 9} $\cap$ {1, 2, 3, 4, 5, 6}
= {4, 6}

7. A = {ℓ, m, n, o, 2, 3, 4, 7} , B = {2, 5, 3, -2, m,n, o, p} எனில் கணங்களில் வெட்டு, பரிமாற்றுப்பண்பு உடையது என்பதை சரிபார்.

தீர்வு:

$A\cap B = B\cap A$

$A\cap B$ = {ℓ, m, n, o, 2, 3, 4, 7} $\cap$ {2, 5, 3, -2, m,n, o, p}.
= {m,n, o, 2, 3} ----- (1)

$B\cap A$ = {2, 5, 3, -2, m,n, o, p} $\cap$ {ℓ, m, n, o, 2, 3, 4, 7}
= {m, n, o, 2, 3} ----- (2)

(1) = (2)

$A\cap B = B\cap A$.

8. A = {5, 10, 15, 20}, B = {6, 10, 12, 18, 24} , C = {7, 10, 12, 14, 21, 28} எனில் A\(B\C) = (A\B)\C என சரிபார்.

தீர்வு:

B\C = {6, 10, 12, 18, 24} \ {7, 10, 12, 14, 21, 28}
= {6, 18, 24}

A\(B\C) = {5, 10, 15, 20} \ {6, 18, 24}
= {5, 10, 15, 20} ----- (1)

A\B = {5, 10, 15, 20} \ {6, 10, 12, 18, 24}
= {5, 15, 20}

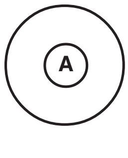
(A\B)\C = {5, 15, 20} \ {7, 10, 12, 14, 21, 28}
= {5, 15, 20} ----- (2)

(1) = (2)

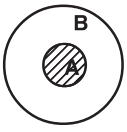
A\(B\C) = (A\B)\C.

9. $A\subset B$ எனில் வென்படங்களைப் பயன்படுத்தி $A\cap B$, A\B காண்க,

தீர்வு:



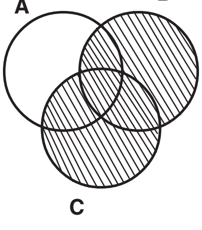
A\B = ϕ



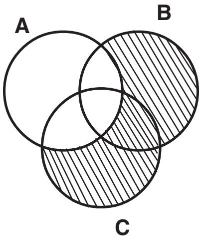
$A\cap B = A$ if $A\subset B$

10. $(B\cup C)\backslash A$ ன் வென்படம் வரைக.

தீர்வு:



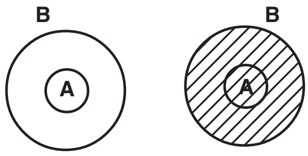
$B\cup C$



$(B\cup C)\backslash A$

11. $A \subset B$ எனில் $A \cup B = B$ எனக் காட்டுக.

தீர்வு:



$A \cup B = A$

A என்பது B ன் உட்கணம்

12. $X = \{1, 2, 3, 4\}$, $g = \{(3,1), (4, 2), (2,1)\}$ என்ற உறவு X லிருந்து Xக்கு ஒரு சார்பாகுமா என ஆராய்க. விடைக்கு ஏற்ற காரணம் தருக.

தீர்வு:

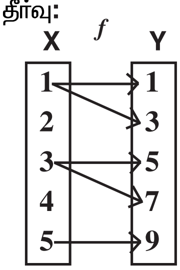
X லிருந்து Xக்கு சார்பாகாது

காரணம்:

$g = \{(3,1), (4, 2), (2,1)\}$. 1 எனும் Xன் உறுப்பிற்கு நிழல் உரு இல்லை. எனவே g சார்பல்ல.

13. $X = \{1, 2, 3, 4\}$, $Y = \{1, 3, 5, 7, 7, 9\}$ என்பது X லிருந்து Y க்கான உறவு $\{(1,1), (1, 3), (3, 5), (3,7), (5, 7)\}$ என வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது. சார்பாகுமா? சார்பல்ல எனில் அதன் காரணம் தருக.

தீர்வு:



$X \rightarrow Y$ என்பது சார்பல்ல

மதிப்பகத்தில் 2, 4 என்ற எண்ணிற்கு நிழல் உரு இல்லை.

1, 3க்கு 2 நிழல் உரு உள்ளது. எனவே இது சார்பாகாது.

14. $f = \{(12, 2), (13, 3), (15, 3), (14, 2)\ (17, 17)\}$ என்ற சார்பில் 2, 3 ஆகியவற்றின் முன் உருக்களைக் காண்க.

தீர்வு :

2ன் முன் உரு = 12 மற்றும் 14

3ன் முன் உரு = 13 மற்றும் 15

15. $A = \{1, 4, 9, 16\}$ லிருந்து $B = \{-1, 2, -3, -4, 5, 6\}$க்கு $f = \{(1, -1)\ (4, 2), (9,-3), (16, -4)\}$ என்ற உறவு ஒரு சார்பாகுமா? சார்பு எனில் வீச்சகம் காண்க.

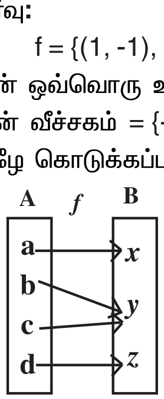
தீர்வு:

$f = \{(1, -1), (4, 2), (9, -3)\ (16, -4)\}$

An ஒவ்வொரு உறுப்பும் B ன் ஒரே ஒரு உறுப்புடன் தொடர்புப்படுத்தப்பட்டுள்ளது. எனவே சார்பு ஆகும்.

f ன் வீச்சகம் $= \{-1, 2, -3, -4\}$

16. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அம்புக்குறிப்படம் ஒரு சார்பினைக் குறிக்கிறதா என ஆராய்க.



தீர்வு:

மேற்கண்ட அம்புக்குறிப்படத்தில் A ன் ஒவ்வொரு உறுப்பிற்கும் ஒரே ஒரு நிழல் உரு உள்ளது. எனவே இது ஒரு சார்பாகும்.

17. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = N$ மற்றும் $f : A \rightarrow B$ ஆனது $f(x) = x^2$ என வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது. எனில் f ன் வீச்சகம் காண்க. சார்பின் வகையைக் காண்.

தீர்வு:

$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$B = \{1, 2, 3, 4, ...\}$

$f(x) = x^2$

$f(1) = 1^2 = 1$

$f(2) = 2^2 = 4$

$f(3) = 3^2 = 9$

$f(4) = 4^2 = 16$

$f(5) = 5^2 = 25$

f ன் வீச்சம் = {1, 4, 9, 16, 25}

வெவ்வேறான உறுப்புகள் வெவ்வேறு நிழல் உருக்களோடு தொடர்புபடுத்தப்பட்டுள்ளது. எனவே இது ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பு ஆகும்.

18. A = {1, 3, 9, 16} லிருந்து B = {-1, 2, -3, -4, 5, 6} க்கு f = {(1, 2), (4, 5), (9,-4), (16, 5)} என்ற உறவு சார்பாகுமா என ஆராய்க. சார்பு எனில் வீச்சகம் காண்க.

தீர்வு:

f = {(1, 2), (4, 5), (9,-4), (16, 5)}

A ன் ஒவ்வொரு உறுப்பும் B ன் ஒரே ஒரு உறுப்புடன் தொடர்புப்படுத்தப்பட்டுள்ளது. எனவே f ஒரு சார்பாகும்.

f ன் வீச்சகம் = {2, 5, -4}

2. மெய்யெண்களின் தொடர்வரிசைகளும் தொடர்களும்

1. $\frac{1}{4}, \frac{-1}{2}$, 1, -2, ... பெருக்குத் தொடர் வரிசையில் 10வது உறுப்பையும், பொது விகிதத்தையும் காண்க.

$a = \frac{1}{4}$; $r = \frac{t_2}{t_1} = \frac{-1/2}{1/4} = -1/2 \times 4 = -2$

$t_n = ar^{n-1}$

$t_{10} = \frac{1}{4} (-2)^{10-1}$

$= \frac{1}{4} (-2)^9 = (-2)^7$

$t_{10} = (-2)^7$

2. ஒரு தொடர் வரிசையில் nவது உறுப்பு $2n^2 - 3n + 1$ எனில் தொடரின் 7வது உறுப்பைக் காண்க.

$a_n = 2n^2 - 3n + 1$

$a_7 = 2(7)^2 - 3(7) + 1$

$= 2 \times 49 - 21 + 1$

$= 98 - 20$

$a_7 = 78$

3. 125, 120, 115, 110..... என்ற தொடரின் 15வது உறுப்பைக் காண்க.

a = 125; d = 120 - 125 = -5

$t_n = a + (n-1)d$

$t_{15} = 125 = (15-1) (-5)$

$= 125 + 14 (-5)$

$= 125 - 70$

$t_{15} = 55$

4. 4, 9, 14 ...... என்ற கூட்டுத்தொடர் வரிசையின் 17வது உறுப்பு காண்.

a = 4; d = 9 - 4 = 5

$t_n = a + (n - 1)d$

$t_{17} = 4 + (17 - 1) (5)$

$= 4 + 16 (5)$

$= 4 + 80$

$t_{17} = 84$

5. $\frac{1}{2}, \frac{5}{6}, \frac{7}{6}, \frac{3}{2} \cdots \frac{17}{6}$ என்ற கூட்டுத் தொடர் வரிசையின் முதல் உறுப்பையும் பொது வித்தியாசத்தையும் காண்க.

$a = \frac{1}{2}$; $d = \frac{5}{6} - \frac{1}{2} = \frac{5-3}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

முதல் உறுப்பு $a = \frac{1}{2}$

பொது வித்தியாசம் $d = \frac{1}{3}$

6. மூன்று எண்களின் விகிதம் 2 : 5 : 7 என்க. முதலாம் எண் இரண்டாம் எண்ணிலிருந்து 7ஐ கழித்துப் பெறப்படும் எண் மற்றும் மூன்றாம் எண் ஆகியன ஒரு கூட்டுத்தொடர் வரிசையை ஏற்படுத்தினால் அவ்வெண்களைக் காண்க.

மூன்று எண்கள் = $2x, 5x, 7x$ என்க

$2x, 5x - 7, 7x$ ஒரு A.P. எனில்

$t_2 - t_1 = t_3 - t_2$

$(5x - 7) - 2x = 7x - (5x - 7)$

$3x - 7 = 2x + 7$

$3x - 2x = 7 + 7$

$x = 14$

அவ்வெண்கள் = $2x, 5x, 7x$.

$= 2 \times 14, 5 \times 14, 7 \times 14$

$= 28, 70, 98$

7. ஒரு பெருக்குத் தொடர் வரிசையின் முதல் உறுப்பு 3 மற்றும் ஐந்தாவது உறுப்பு 1875 எனில் அதன் பொது விகிதம் காண்க.

$a = 3$; $t_n = ar^{n-1}$

$t_5 = 1875 \Rightarrow (3)(r^4) = 1875$

$r_4 = \frac{1875}{3}$

$= 625$

$r^4 = 5^4$

$r = 5$

$r = 5$

8. 1, 2, 4, 8..... என்ற பெருக்குத் தொடர்வரிசையில் 1024 எத்தனையாவது உறுப்பு?

$a = 1$; $r = 2/1 = 2$; $t_n = ar^{n-1}$

$t_n = 1024 \Rightarrow (1)(2)^{n-1} = 1024$

$2^n \times 2^{-1} = 1024$

$2^n \times \frac{1}{2} = 2^{10}$

$2^n = 2^{10} \times 2^1$

$2^n = 2^{11}$

$n = 11$

9. a, b, c ஒரு கூட்டுத் தொடர் வரிசையில் இருப்பின் $(a - c)^2 = 4(b^2 - ac)$ என நிறுவுக.

a, b, c ஒரு A.P. எனில்

$t_2 - t_1 = t_3 - t_2$

$b - a = c - b$

$b + b = c + a$

$2b = c + a$

இருபுறமும் வர்க்கம் எடுக்க

$4b^2 = (c+a)^2$

$4b^2 = a^2 + 2ac + c^2$

இருபுறமும் (- 4ac) ஐ கூட்டுக

$a^2 + 2ac + c^2 - 4ac = 4b^2 - 4ac$

$a^2 - 2ac + c^2 = 4(b^2 - ac)$

$(a - c)^2 = 4(b^2 - ac)$

10. ஒரு கூட்டுத் தொடரில் $S_n = 1275$ மற்றும் முதல் உறுப்பு $a = 3$ பொதுவித்தியாசம் $d = 4$ எனில் n ன் மதிப்பு காண்க.

$S_n = 1275$

$\frac{n}{2}[2a + (n-1)d] = 1275$

$\frac{n}{2}[2(3) + (n-1)4] = 1275$

$\frac{n}{2}[6 + 4n - 4] = 1275$

$\frac{n}{2}[2 + 4n] = 1275$

$\frac{n}{2} \times 2[1+2n] = 1275$

$n[1+2n] = 1275$

$2n^2 + n - 1275 = 0$

$(n - 25)(2n + 51) = 0$

$n - 25 = 0$ (or) $2n + 51 = 0$

$n = 25$ $2n = -51$

$n = -51/2$ (குறை எண் கிடையாது)

$\therefore n = 25$

11. எண் 13 ஆல் வகுபடும் ஈரிக்க மிகை முழு எண்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

ஈரிலக்க மிகை முழு எண்கள்: 11, 12, 13 99

13 ஆல் வகுபடும் எண்கள் = 13, 26, ... 91

$a = 13$; $d = 26 - 13 = 13$; $l = 91$

$n = \left(\frac{\ell - a}{d}\right) + 1$

$= \left(\frac{91 - 13}{13}\right) + 1$

$= \left(\frac{78}{13}\right) + 1 = 6 + 1$

$n = 7$

12. ஒரு பூந்தோட்டத்தில் முதல் வரிசையில் 23 ரோஜாச் செடிகள், இரண்டாம் வரிசையில் 21 ரோஜாச் செடிகள் மூன்றாம் வரிசையில் 19 ரோஜாச் செடிகள் என்ற முறையில் ரோஜாச் செடிகள் ஒரு தொடர் வரிசை அமைப்பில் உள்ளன. கடைசி வரிசையில் 5 ரோஜாச் செடிகள் இருப்பின், அப்பூந்தோட்டத்தில் எத்தனை வரிசைகள் உள்ளன?

23, 21, 19, ..., 5

$a = 23$; $d = 21 - 23 = -2$; $l = 5$

$n = \left(\frac{\ell - a}{d}\right) + 1$

$= \left(\frac{5 - 23}{-2}\right) + 1$

$= \left(\frac{-18}{-2}\right) + 1$

$= 9 + 1 = 10$

அப்பூந்தோட்டத்தில் 10 வரிசைகளில் ரோஜாச் செடிகள் உள்ளன.

13. 2010ல் ஒருவர் ஆண்டு ஊதியம் ரூ. 30000 எனப் பணியில் சேருகிறார். மேலும் ஒவ்வொரு வருடமும் ரூ.600ஐ ஆண்டு ஊதிய உயர்வாகப் பெறுகிறார். அவருடைய ஆண்டு ஊதியம் எந்த வருடத்தில் ரூ.39000 ஆக இருக்கும்?

30000, 30600, ... , 39000 ஒரு A.P.

$\div 100 \Rightarrow$ 300, 306, ... 390 ஒரு A.P.

$a = 300; \ell = 390, d = 306 - 300 = 6$

$n = \left(\frac{\ell - a}{d}\right) + 1$

$= \left(\frac{390 - 300}{6}\right) + 1$

$= \left(\frac{90}{6}\right) + 1$

$= 15 + 1$

$n = 16$

16வது ஆண்டில் ஊதியம் ரூ.39000 ஆகும்.

ஆண்டு ஊதியம் ரூ.39000 ஐ 2025ம் ஆண்டு பெறுவார்.

14. $\sqrt{2}, 3\sqrt{2}, 5\sqrt{2}$ ..... என்ற கூட்டுத் தொடர் வரிசையின் 12வது உறுப்பு யாது?

$a = \sqrt{2}$, $d = 3\sqrt{2} - \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$, $n = 12$

$t_n = a + (n - 1) d$

$t_{12} = \sqrt{2} + (12-1)\, 2\sqrt{2}$

$= \sqrt{2} + 24\sqrt{2} - 2\sqrt{2}$

$t_{12} = 23\sqrt{2}$

15. $\frac{2}{5}, \frac{6}{25}, \frac{18}{125}$.... என்ற பெருக்குத் தொடர் வரிசையின் பொது விகிதத்தையும் மற்றும் அதன் பொது உறுப்பையும் காண்க.

$a = \frac{2}{5}$; $r = \frac{6/25}{2/5} = \frac{6}{25} \times \frac{5}{2} = \frac{3}{5}$

பொது விகிதம் $r = \frac{3}{5}$

பொது உறுப்பு $t_n = ar^{n-1}$

$= \left(\frac{2}{5}\right)\left(\frac{3}{5}\right)^{n-1}$, n = 1, 2, 3 .....

16. 0.02, 0.006, 0.0018..... என்ற பெருக்குத் தொடர் வரிசையின் பொது விகிதத்தையும் மற்றம் பொது உறுப்பையும் காண்க.

$a = 0.02$, $r = \frac{0.006}{0.02} = 0.3 = \frac{3}{10}$

பொது விகிதம் $r = \frac{3}{10}$, பொது உறுப்பு $t_n = ar^{n-1}$

$= (0.02)\left(\frac{3}{10}\right)^{n-1}$, n = 1, 2,3....

17. முதல் 125 இயல் எண்களின் கூடுத் காண்,

$$\sum n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$1 + 2 + ... + 125 = \frac{125\times126}{2}$$

$= 125 \times 63$

$= 7875$

18. முதல் 75 மிகை முழுக்களின் கூடுதல் காண்

$$\sum n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$1 + 2 + ... + 75 = \frac{75\times76}{2}$$

$= 75 \times 38$

$= 2850$

19. $1 + 3 + 5 + ...$, 25 உறுப்புகள் வரை கூடுதல் காண்.

$\sum 2n-1 = n^2$

$1 + 3 + 5 + ...$, 25 உறுப்புகள் வரை $= 25^2$

$= 625$

20. $31 + 33 + ... + 53$ என்ற தொடரின் கூடுதல் காண்.

$$\sum 2n-1 = \left(\frac{\ell+1}{2}\right)^2$$

$31 + 33 + ... + 53 \quad = (1 + 3 + ... + 53) - (1 + 3 + ... + 29)$

$$= \left[\frac{53+1}{2}\right]^2 - \left[\frac{29+1}{2}\right]^2$$

$$= \left(\frac{54}{2}\right)^2 - \left(\frac{30}{2}\right)^2$$

$= 27^2 - 15^2$

$= (27 + 15) (27 - 15)$

$= 42 \times 12$

$= 504.$

21. $1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + 20^3$ என்ற தொடரின் கூடுதல் காண்.

$$\sum n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + 20^3 = \left[\frac{20\times21}{2}\right]^2$$

$= [10 \times 21]^2$

$= (210)^2$

$= 44100$

22. $1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + n^3 = 36100$ எனில் $1 + 2 + 3 + ... + n$ ன் மதிப்பைக் காண்.

$\sum n^3 = [\sum n]^2$

$1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + n^3 = 36100$

$\sum n^3 = 36100$

$[\sum n]^2 = 36100 \quad [\because \sum n^3 = [\sum n]^2]$

$\sum n = \sqrt{36100}$

$= \sqrt{19 \times 19} \quad = 19$

$1 + 2 + ... + n \quad = 19$

23. 2 + 4+ 6 + ...+100 என்ற தொடரின் கூடுதல் காண்க.

$2 + 4 + 6 + ... + 100 = 2\ (1 + 2 + 3 + ... +50)$

$= 2\left(\frac{50 \times 51}{2}\right) \qquad \left[\because \sum n = \frac{n(n+1)}{2}\right]$

$= 50 \times 51$

$= 2550$

24. 7 + 14 + 21 + ... + 490 என்ற தொடரின் கூடுதல் காண்.

$7 + 14 + 21 + ... + 490 = 7\ [1 + 2 + 3 + ... + 70]$

$= 7\left(\frac{70 \times 71}{2}\right) \qquad \left[\because \sum n = \frac{n(n+1)}{2}\right]$

$= 7 \times 35 \times 7$

$= 17395$

25. ஒரு தோட்டக்காரர் சரிவக வடிவில் சுவர் ஒன்றினை அமைக்க திட்டமிடுகிறார். சரிவகத்தின் நீண்ட முதல் வரிசைக்கு 97 செங்கற்கள் தேவைப்படுகிறது. பின்பு ஒவ்வொரு வரிசையின் இருபுறமும் இரண்டிரண்டு செங்கற்கள் குறைவாக வைக்க வேண்டும். அவ்வடிவமைப்பில் 25 வரிசைகளிருப்பின், அவர் வாங்க வேண்டிய செங்கற்களின் எண்ணிக்கை எத்தனை?

97 + 93 + 89 + ... 25 உறுப்புகள்

$a = 97; \ d = -4; \ n = 25$

$S_n = \frac{n}{2}[\ 2a + (n-1)d]$

$S_{25} = \frac{25}{2}[2\ (97) + (24)\ (-4)]$

$= \frac{25}{2}(194 - 96)$

$= \frac{25}{2} \times 98$

$= 1225$

1225 செங்கற்கள் தேவைப்படுகிறது

26. ஒரு கடிகாரம் ஒரு மணிக்கு தேவைப்படுகிறது. ஒருமுறை 2 மணிக்கு இருமுறை, மூன்று மணிக்கு மூன்று முறை என்றவாறு தொடர்ந்து சரியாக ஒவ்வொரு மணிக்கும் ஒலி எழும்பும் எனில், ஒரு நாளில் அக்கடிகாரம் எத்தனை முறை ஒலி எழுப்பும்?

ஒரு நாளைக்கு கடிகாரம் மணி அடிக்கும் முறை $= 2\ (1+2 +.... 12)$

$= 2\left(\frac{12 \times 13}{2}\right)$

$= 156$

3. இயற்கணிதம்

1. ஒரு இருபடி பல்லுறுப்புக் கோவையின் பூச்சியங்களின் கூடுதல் –4 மற்றும் அதன் பெருக்கற்பலன் 3 எனில், அக்கோவையைக் காண்க.

$\alpha + \beta = -4, \ \alpha\beta = 3$

அக்கோவை $P(x) = x^2 - (\alpha+\beta)\ x + \alpha\beta$

$= x^2 - (-4)\ x + 3$

$= x^2 + 4x + 3$

2. $x^3 + x^2 - 7x - 3$ என்பதை $x - 3$ ஆல் வகுக்கும் போது கிடைக்கும் ஈவு மற்றும் மீதி காண்க.

3	1	1	-7	-3
	0	3	12	15
	1	4	5	12

ஈவு $= x^2 + 4x + 5$

மீதி = 12

3. $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ என்ற பல்லுறுப்புக் கோவைக்கு $x - 1$ ஒரு காரணி என நிறுவுக.

$P(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$

$P(x) = (1)^3 - 6(1)^2 + 11(1) - 6$

$= 1 - 6(1) + 11 - 6$

$= 1 - 6 + 11 - 6$

$= 12 - 12$

$= 0$

$\therefore (x-1)$ காரணி ஆகும்.

4. மீ.பொ.வ. காண்க. $x^2y, x^3y, x^2 y^2$

மீ.பொ.வ. $= x^2y$

5. மீ.பொ.ம. காண்க) a^2bc, b^2ca, c^2ab, ii) $a^{m+1}, a^{m+2}, a^{m+3}$

i) மீ.பொ.ம.= $a^2 b^2 c^2$

ii) மீ.பொ.ம.. = a^{m+3}

6. எளிய வடிவிற்கு சுருக்குக : $\frac{5x+20}{7x+28}$

$$\frac{5x+20}{7x+28} = \frac{5(x+4)}{7(x+4)}$$

$$= \frac{5}{7}$$

7. வர்க்க மூலம் காண்க.

i) $\frac{81x^4y^6z^8}{64W^{12}S^{14}}$ ii) $121(x - a)^4 (x - b)^6 (x - c)^{12}$

i) வர்க்க மூலம் $= \left|\frac{9x^2y^3z^4}{8W^6S^7}\right|$

ii) வர்க்க மூலம் $= |11 (x - a)^2 (x - b)^3 (x - c)^6|$

8. மூலங்களின் தன்மையை ஆராய்க. i) $x^2 - 11x - 10 = 0$ ii) $9x^2+12x+4=0$

i) தன்மை காட்டி $\Delta = b^2 - 4ac$

$a = 1, b = -11, c = -10$ $= (-11)^2 - 4(1)(-10)$

$= 121 + 40$

$= 161$

$\Delta > 0$. மூலங்கள் மெய், சமமல்ல.

ii) தன்மை காட்டி $\Delta = b^2 - 4ac$

$a = 9, b = 12, c = 4$

$= (12)^2 - 4(9)(4)$

$= 144 - 144 = 0$

$\Delta = 0$ மூலங்கள் மெய், சமமானவை

9. மூலங்கள் மெய் மற்றும் சமம் எனில் k ஐக் காண்க. $2x^2 - 10x + k = 0$

மூலங்கள் மெய், சமம் என்பதால் $b^2 - 4ac = 0$

a = 2, b = -10, c = k

$$(-10)^2 - 4(2)(k) = 0$$
$$100 - 8k = 0$$
$$-8k = -100$$
$$k = \frac{100}{8}$$
$$k = \frac{25}{2}$$

10. $7+\sqrt{3}$ மற்றும் $7-\sqrt{3}$ ஆகியவற்றை மூலங்களாக் கொண்ட இருபடிச் சமன்பாடு காண்க.

மூலங்கள் $7+\sqrt{3}$ மற்றும் $7-\sqrt{3}$

மூலங்களின் கூடுதல் = $7+\sqrt{3}$ + $7-\sqrt{3}$ = 14

மூலங்களின் பெருக்களல் = $(7+\sqrt{3})(7-\sqrt{3})$ = 49 - 3 = 46

சமன்பாடு

x^2 - (மூலங்களின் கூடுதல்) x + மூலங்களின் பெருக்கல் = 0

$x^2 - 14x + 46 = 0$

4. அணிகள்

1. $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 8 \\ 6 & 2 & 5 \\ 3 & 7 & 0 \\ 9 & -2 & -1 \end{pmatrix}$ எனில் (i) அணியின் வரிசை

ii) a_{13}, a_{42} உறுப்பு iii) 2 என்ற உறுப்பு அமைந்துள்ள நிலை ஆகியவற்றைக் காண்க.

தீர்வு :

i) அணிவரிசை = 4 x 3

ii) a_{13} உறுப்பு = 8

a_{42} உறுப்பு = -2

iii) 2 என்ற உறுப்பு அமைந்துள்ள நிலை $a_{22} = 2$

2. $a_{ij} = |2i - 3j|$ என்ற உறுப்புகளைக் கொண்ட வரிசை 2 x 3 உள்ள அணி $A = [a_{ij}]$ யினை அமைக்கவும்.

தீர்வு:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix}$$

$a_{11} = |2(1) - 3(1)| = |2 - 3| = |-1| = 1$

$a_{12} = |2(1) - 3(2)| = |2 - 6| = |-4| = 4$

$a_{13} = |2(1) - 3(3)| = |2 - 9| = |-7| = 7$

$a_{21} = |2(2) - 3(1)| = |4 - 3| = |1| = 1$

$a_{22} = |2(2) - 3(2)| = |4 - 6| = |-2| = 2$

$a_{23} = |2(2) - 3(3)| = |4 - 9| = |-5| = 5$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

3. பின்வருவனவற்றைக் கொண்டு 2 x 2 வரிசை அணி காண்க.

i) $a_{ij} = ij$

$a_{11} = 1 \times 1 = 1$ $a_{12} = 1 \times 2 = 2$ $\therefore A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$

$a_{21} = 2 \times 1 = 2$ $a_{22} = 2 \times 2 = 4$

ii) $a_{ij} = 2i - j$

$a_{11} = 2(1) - 1 = 2 - 1 = 1$

$a_{12} = 2(1) - 2 = 2 - 2 = 0$

$a_{21} = 2(2) - 1 = 4 - 1 = 3$

$a_{22} = 2(2) - 2 = 4 - 2 = 2$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

iii) $a_{ij} = \frac{i-j}{i+j}$

$a_{11} = \frac{1-1}{1+1} = \frac{0}{2} = 0$ $a_{12} = \frac{1-2}{1+2} = \frac{-1}{3}$

$a_{21} = \frac{2-1}{2+1} = \frac{1}{3}$ $a_{22} = \frac{2-2}{2+2} = \frac{0}{4} = 0$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1/3 \\ 1/3 & 0 \end{pmatrix}$$

4. $A = \begin{pmatrix} 8 & 5 & 2 \\ 1 & -3 & 4 \end{pmatrix}$ எனில் A^T மற்றும் $(A^T)^T$.

தீர்வு:

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 5 & 2 \\ 1 & -3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$A^T = \begin{pmatrix} 8 & 1 \\ 5 & -3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$(A^T)^T = \begin{pmatrix} 8 & 5 & 2 \\ 1 & -3 & 4 \end{pmatrix}$$

5. $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 & 2 \\ 5 & -4 & 7 & 4 \\ 6 & 0 & 9 & 8 \end{pmatrix}$ எனில் i) அணியின் வரிசைக் காண். ii) a_{24} மற்றும் a_{32} உறுப்புகளை எழுதுக.

iii) 7 உறுப்பு அமைந்துள்ள நிரை மற்றும் நிரலைக் காண்.

தீர்வு :

i) அணி வரிசை 3×4

ii) $a_{24} = 4$ $a_{32} = 0$

iii) உறுப்பு 7 அமைந்துள்ள நிலை $= 2 \times 3$

6. பின்வரும் அணிகளின் வரிசைகளைக் காண்.

i) $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 5 \\ -2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ ன் அணி வரிசை $= 2 \times 3$

ii) $\begin{pmatrix} 7 \\ 8 \\ 9 \end{pmatrix}$ ன் அணி வரிசை = 3 x 1

iii) $\begin{pmatrix} 3 & -2 & 6 \\ 6 & -1 & 1 \\ 2 & 4 & 5 \end{pmatrix}$ ன் அணி வரிசை = 3 x 3

iv) (3 4 5) ன் அணி வரிசை = 1 x 3

v) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \\ 9 & 7 \\ 6 & 4 \end{pmatrix}$ ன் அணி வரிசை = 4 x 2

7. **30 உறுப்புகள் கொண்ட அணிக்கு எவ்வகை வரிசைகள் இருக்க இயலும்?**

தீர்வு:

1 x 30
30 x 1
2 x 15
15 x 2
3 x 10
10 x 3
5 x 6
6 x 5

நிரல்	1	2	3	5
நிரை	30	15	10	6

8. A= $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 1 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}$ **எனில் A யின் நிரை நிரல் மாற்று அணியைக் காண்க.**

தீர்வு: $A^T = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

9. A = $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & -5 \\ 3 & -5 & 6 \end{pmatrix}$ **எனில் $(A^T)^T = A$ சரிபார்.**

தீர்வு :

$$A^T = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & -5 \\ 3 & -5 & 6 \end{pmatrix} \Rightarrow (A^T)^T = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & -5 \\ 3 & -5 & 6 \end{pmatrix} = A$$

$(A^T)^T = A$ சரிபார்க்கப்பட்டது

10. $\begin{pmatrix} x & 5 & 4 \\ 5 & 9 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 5 & z \\ 5 & y & 1 \end{pmatrix}$ **எனில் x, y, z மதிப்பு காண்.**

தீர்வு: X = 3, Y = 9, Z = 4

11. A = $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 4 \\ 3 & 6 & -5 \end{pmatrix}$ **எனில் 3A ஐக் காண்க.**

$$3A = 3\begin{pmatrix} -1 & 2 & 4 \\ 3 & 6 & -5 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 3(-1) & 3(2) & 3(4) \\ 3(3) & 3(6) & 3(-5) \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -3 & 6 & 12 \\ 9 & 18 & -15 \end{pmatrix}$$

12. $A = \begin{pmatrix} 5 & 6 & -2 & 3 \\ 1 & 0 & 4 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 4 & 7 \\ 2 & 8 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ $A + B$ காண்க.

தீர்வு:

$$A + B = \begin{pmatrix} 5 & 6 & -2 & 3 \\ 1 & 0 & 4 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & -1 & 4 & 7 \\ 2 & 8 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 5+3 & 6-1 & -2+4 & 3+7 \\ 1+2 & 0+8 & 4+2 & 2+3 \end{pmatrix}$$

$$A + B = \begin{pmatrix} 8 & 5 & 2 & 10 \\ 3 & 8 & 6 & 5 \end{pmatrix}$$

13. $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -9 & 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 7 & -1 \end{pmatrix}$ எனில் A ன் கூட்டல் நேர்மாறு அணியைக் காண்க.

தீர்வு:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -9 & 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 7 & -1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 2-1 & 3-5 \\ -9-7 & 5-(-)1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -16 & 6 \end{pmatrix}$$

A ன் கூட்டல் நேர்மாறு $= \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 16 & -6 \end{pmatrix}$

14. $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 8 & -1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ எனில் $C = 2A + B$ காண்.

தீர்வு:

$$C = 2\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 8 & -1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 10 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 8 & -1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6+8 & 4-1 \\ 10+4 & 2+3 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 14 & 3 \\ 14 & 5 \end{pmatrix}$$

15. $A = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 5 & -9 \end{pmatrix}$ மற்றும் $B = \begin{pmatrix} 8 & 2 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$ எனில் 6A - 3B காண்.

தீர்வு:

$$6A - 3B = 6\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 5 & -9 \end{pmatrix} - 3\begin{pmatrix} 8 & 2 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 6\times4 & 6\times-2 \\ 6\times5 & 6\times-9 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3\times8 & 3\times2 \\ 3\times-1 & 3\times-3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 24 & -12 \\ 30 & -54 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 24 & 6 \\ -3 & -9 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 24-24 & -12-6 \\ 30+3 & -54+9 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & -18 \\ 33 & -45 \end{pmatrix}$$

16. $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 9 & -6 \end{pmatrix}$ எனில் $AI = IA = A$ என்பதைச் சரிபார்க்க. இங்கு I என்பது வரிசை 2 கொண்ட அலகு அணி

தீர்வு :

$$AI = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 9 & -6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1+0 & 0+3 \\ 9+0 & 0-6 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} (1\ \ 3)\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} & (1\ \ 3)\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\ (9\ -6)\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} & (9\ -6)\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 9 & -6 \end{pmatrix}$$

$AI = A$

$$IA = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 9 & -6 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1+0 & 3+0 \\ 0+9 & 0-6 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} (1\ \ 0)\begin{pmatrix} 1 \\ 9 \end{pmatrix} & (1\ \ 0)\begin{pmatrix} 3 \\ -6 \end{pmatrix} \\ (0\ \ 1)\begin{pmatrix} 1 \\ 9 \end{pmatrix} & (0\ \ 1)\begin{pmatrix} 3 \\ -6 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 9 & -6 \end{pmatrix}$$

$IA = A$

$\therefore AI = IA = A$.

17. பின்வருவனவற்றிற்கு அணி பெருக்கல் காண்.

i) $(2\ -1)\begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix} = (10 - 4) = (6)$

ii) $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} 12-4 & 3-14 \\ 20+2 & 5+7 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} (3\ -2)\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} & (3\ -2)\begin{pmatrix} 1 \\ 7 \end{pmatrix} \\ (5\ \ 1)\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} & (5\ \ 1)\begin{pmatrix} 1 \\ 7 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

$$\begin{pmatrix} 8 & -11 \\ 22 & 12 \end{pmatrix}$$

iii) $\begin{pmatrix} 2 & 9 & -3 \\ 4 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -6 & 7 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} 8-54+6 & 4+63-3 \\ 16+6+0 & 8-7+0 \end{pmatrix} \quad (2 \;\; 9 \;\; -3)\begin{pmatrix} 4 \\ -6 \\ -2 \end{pmatrix} \quad (2 \;\; 9 \;\; -3)\begin{pmatrix} 2 \\ 7 \\ 1 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} -40 & 64 \\ 22 & 1 \end{pmatrix}$

iv) $\begin{pmatrix} 6 \\ -3 \end{pmatrix}(2 \;\; -7) = \begin{pmatrix} 12 & -42 \\ -6 & 21 \end{pmatrix}$

18. $A = \begin{pmatrix} 8 & -7 \\ -2 & 4 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 9 & -3 & 2 \\ 6 & -1 & -5 \end{pmatrix}$ எனில் AB மற்றும் BA காண்.

தீர்வு:

$AB = \begin{pmatrix} 8 & -7 \\ -2 & 4 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 9 & -3 & 2 \\ 6 & -1 & -5 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} 72-42 & -24+7 & 16+35 \\ -18+24 & 6-4 & -4-20 \\ 0+18 & 0-3 & 0-15 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} 30 & -17 & 51 \\ 6 & 2 & -24 \\ 18 & -3 & -15 \end{pmatrix}$

$BA = \begin{pmatrix} 9 & -3 & 2 \\ 6 & -1 & -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 8 & -7 \\ -2 & 4 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} 72+6+0 & -63-12+6 \\ 48+2+0 & -42-4-15 \end{pmatrix}$

$BA = \begin{pmatrix} 78 & -69 \\ 50 & -61 \end{pmatrix}$

5. ஆயத்தொலை வடிவியல்

1. (3, 0) (-1, 4) ஆகிய புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டுத் துண்டின் நடுப்புள்ளியைக் காண்க.
   (x_1, y_1) (x_2, y_2) என்ற புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டுத் துண்டின் நடுப்புள்ளி

$$M(x,y) = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

(3, 0) (-1, 4) என்ற புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டுத்துண்டின் நடுப்புள்ளி

$$M(x,y) = M\left(\frac{3-1}{2},\ \frac{0+4}{2}\right) = M\ (1, 2)$$

2. A (-3, 5) மற்றும் B (4, -9) ஆகிய புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டுத்துண்டை P(-2, 3) என்ற புள்ளி உட்புறமாக எந்த விகிதத்தில் பிரிக்கும்?

கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகள் A (-3, 5) and B (4, -9).

P (-2, 3) என்ற புள்ளி AB ஐ $\ell : m$ என்ற விகிதத்தில் உட்புறமாக பிரிக்கின்றது.

பிரிவுச் சூத்திரப்படி

$$P\left(\frac{\ell x_2 + m x_1}{\ell + m},\ \frac{\ell y_2 + m y_1}{\ell + m}\right) = P\ (-2, 3)$$

$x_1 = -3,\ y_1 = 5,\ x_2 = 4,\ y_2 = -9$

$$\left(\frac{4\ell - 3m}{\ell + m},\ \frac{-9\ell + 5m}{\ell + m}\right) = (-2, 3)$$

x அச்சு தொலைவை இருபுறமும் சமப்படுத்த $\frac{4\ell - 3m}{\ell + m} = -2$

$6l = m$

$\frac{\ell}{m} = \frac{1}{6}$ $\qquad \ell : m = 1 : 6$

எனவே P என்ற புள்ளி AB ஐ உட்புறமாக 1 : 6 என்ற விகிதத்தில் பிரிக்கின்றது.

3. A (4, -6) B (3, -2) மற்றும் C (5, 2) ஆகியவற்றை உச்சிகளாகக் கொண்ட முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டு மையம் காண்.

(x_1, y_1) (x_2, y_2) மற்றும் (x_3, y_3) ஆகிய புள்ளிகளை உச்சிகளாகக் கொண்ட முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டு மையம் G (x, y) என்க.

$$G\ (x, y) = G\left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3},\ \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}\right)$$

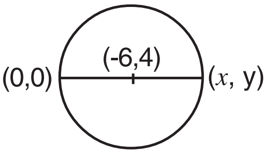
(4, -6) (3, -2) மற்றும் (5, 2) ஆகியவற்றை உச்சிகளாக உடைய முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டு மையம்

$$G\ (x, y) = G\left(\frac{4+3+5}{3}\ \ \frac{-6-2+2}{3}\right) = G\ (4, -2)$$

4. ஒரு வட்டத்தின் மையம் (-6, 4) அவ்வட்டத்தின் ஒரு விட்டத்தின் ஒரு முனை ஆதிப்புள்ளி எனில் மற்றொரு முனையைக் காண்க.

விட்டத்தின் ஒரு முனை ஆதிப்புள்ளி (0, 0), மற்றொரு முனை (x, y) வட்டத்தின் மையம் விட்டத்தின் மையப்புள்ளி ஆகும்.

தீர்வு:



மையப்புள்ளி = (–6, 4)

ஆகவே $\left(\frac{0+x}{2}, \frac{0+y}{2}\right) = (-6, 4)$

x, y அச்சுத் தொலைவுகளை இருபுறமும் சமப்படுத்த, நாம் பெறுவது

$\frac{x}{2} = -6 \qquad \Rightarrow \quad x = -12$

$\frac{y}{2} = 4 \qquad \Rightarrow \quad y = 8$

எனவே விட்டத்தின் மற்றொரு முனை (-12, 8)

5. புள்ளி (1, 3) ஐ நடுக்கோட்டு மையமாகக் கொண்ட முக்கோணத்தின் இரு முனைகள் (-7, 6) மற்றும் (8, 5) எனில் முக்கோணத்தின் மூன்றாவது முனையைக் காண் **(Apr. 12)**

தீர்வு :

முக்கோணத்தின் உச்சிகள் (-7, 6), (8, 5) மற்றும் நடுக்கோட்டு மையம் (1, 3) என கொடுக்கப்பட்டுள்ளது மூன்றாவது உச்சி (x, y)

ஆகவே $\left(\frac{-7+8+x}{3}, \frac{6+5+y}{3}\right) = (1, 3)$

x, y அச்சுத் தொலைவுகளை இருபுறமும்

$\frac{x+1}{3} = 1$ மற்றும் $\frac{y+11}{3} = 3$

$x = 2$ $y = -2$

எனவே முக்கோணத்தின் மூன்றாவது உச்சி (2, -2).

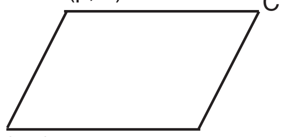
6. (7,3) (6,1) (8,2) மற்றும் (p, 4) என்பன ஓர் இணைகரத்தின் வரிசைப்படி அமைந்த உச்சிகள் எனில் p ன் மதிப்பு காண்.

தீர்வு:

இணைகரத்தின் உச்சிகள் A(7,3) B(6,1) C(8,2) மற்றும் D (p,4) ஓர் இணைகரத்தின் மூலை விட்டங்கள் ஒன்றையொன்று இருசமக்கூறிடும்.

எனவே $\left(\frac{7+8}{2}, \frac{3+2}{2}\right) = \left(\frac{6+p}{2}, \frac{1+4}{2}\right)$

$\left(\frac{6+p}{2}, \frac{5}{2}\right) = \left(\frac{15}{2}, \frac{5}{2}\right)$



x அச்சுத் தொலைவுகளை இருபுறமும் சமப்படுத்த

$\frac{6+p}{2} = \frac{15}{2}$

$p = 9$

7. (3, 4) மற்றும் (–6, 2) ஆகிய புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டுத் துண்டினை வெளிப்புறமாக 3 : 2 என்ற விகிதத்தில் பிரிக்கும் புள்ளியின் அச்சுத் தொலைவுகளைக் காண்.

தீர்வு :

A (3, 4) மற்றும் B (-6, 2) ஆகிய புள்ளிகள் கொடுக்கப்பட்டவை. AB ஐ 3:2 என்ற விகிதத்தில் வெளிப்புறமாக பிரிக்கும் புள்ளி P(x, y)

பிரிவுச் சூத்திரத்தின்படி $\ell = 3$ $x_1 = 3$ $x_2 = -6$

$m = 2$ $y_1 = 4$ $y_2 = 2$

$\left(\frac{\ell x_2 - m x_1}{\ell - m}, \frac{\ell y_2 - m y_1}{\ell - m}\right) = (x, y)$

$(x, y) = \left(\frac{-18-6}{1}, \frac{6-8}{1}\right)$

$(x, y) = (-24, -2)$

8. (-3, 5) மற்றும் (4, -9) ஆகிய புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டுத் துண்டினை உட்புறமாக 1:6 என்ற விகிதத்தில் பிரிக்கும் புள்ளியின் அச்சுத் தொலைவை காண்.

தீர்வு:

A (-3, 5) மற்றும் B (4, -9) கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகள் P(x, y) என்பது AB ஐ 1 : 6 என்ற விகிதத்தில் உட்புறமாக பிரிக்கும் புள்ளி

$\left(\frac{\ell x_2 + m x_1}{\ell + m}, \frac{\ell y_2 + m y_1}{\ell + m}\right) = (x, y)$ $x_1 = 3$ $x_2 = 4$ $\ell = 1, m = 6$

$(x, y) = \left(\frac{(1\times4)+6(-3)}{1+6}, \frac{1(-9)+(6\times5)}{1+6}\right)$ $y_1 = 5$ $y_2 = -9$

$(x, y) = \left(\frac{-14}{7}, \frac{21}{7}\right) = (-2, 3)$

9. A (6,7), B (-4, 1) மற்றும் C (a, -9) ஆகியவற்றை முனைகளாகக் கொண்ட ΔABC ன் பரப்பு 68ச.அலகுகள் எனில் 'a'ன் மதிப்பைக் காண்க.

ΔABC ன் பரப்பு $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 6 & -4 & a & 6 \\ 7 & 1 & -9 & 7 \end{vmatrix}$

$\Delta = \frac{1}{2}[(6+36+7a) - (-28 + a - 54)] = 68$

$(42+7a) - (a - 82) = 136$

$6a = 12$

$a = 2$

10. A (2, 3), B(4,0) மற்றும் C(6, -3) ஆகிய புள்ளிகள் ஒரே நேர்க்கோட்டில் அமைந்துள்ளன என நிரூபி.

ΔABCன் பரப்பு $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 2 & 4 & 6 & 2 \\ 3 & 0 & -3 & 3 \end{vmatrix}$

$\Delta = \frac{1}{2}[(0 - 12 + 18) - (12 + 0 - 6)]$

$= \frac{1}{2}[6 - 6]$

$= 0$

எனவே, கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகள் ஒரே நேர்க்கோட்டில் அமைந்துள்ளன.

11. நேர்க்கோட்டின் சாய்வு $\frac{1}{\sqrt{3}}$ எனில், அக்கோட்டின் சாய்வுக்கோணம் காண்.

θ என்பது நேர்க்கோட்டின் சாய்வுக்கோணமெனில் இதன் சாய்வு $m = \tan\theta . 0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ \theta \neq 90^\circ$

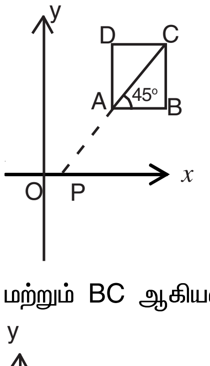
$\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \theta = 30^\circ$

12. நேர்க்கோட்டின் சாய்வு கோணம் 45° எனில், அக்கோட்டின் சாய்வைக் காண்.

சாய்வுக்கோணம் θ எனில் நேர்க்கோட்டின் சாய்வு $m = \tan\theta$ எனவே $m = \tan 45^\circ$

$m = 1$

13. சதுரம் ABCDன் பக்கம் AB ஆனது x-அச்சுக்கு இணையாக உள்ளது எனில் (i) ABன் சாய்வு ii) BCன் சாய்வு iii) மூலைவிட்டம் ACன் சாய்வு



i) பக்கம் ABஆனது x-அச்சுக்கு இணை என்பதால் ABன் சாய்வு $m = 0$

ii) $BC \perp AB$ என்பதால் BC, x அச்சுடன் ஏற்படுத்தும் கோணம் $\theta = 90^\circ$

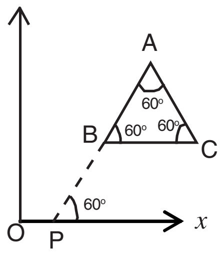
சாயுயரம் $m = 90^\circ$ வரையறுக்கப்படாதது

ii) மூலைவிட்டம் ACஆனது $\angle DAB$ஐ இருசமக்கூறிடும் எனவே $\angle BAC = 45^\circ$

$\theta = 45^\circ$

ஆகவே மூலைவிட்டம் ACன் சாய்வு $m = \tan\theta = \tan 45^\circ = 1$

14. சமபக்க முக்கோணம் ABCன் பக்கம் BCஆனது x-அச்சிற்கு இணை எனில் AB மற்றும் BC ஆகியவற்றின் சாய்வுகளைக் காண்.



சமபக்க ΔABC ல் பக்கம் BC ஆனது x-அச்சுக்கு இணை.

மேலும் $\angle ABC = 60^\circ$. எனவே பக்கம் ABன் சாய்வு $m = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$

மேலும் BC ஆனது x அச்சுக்கு இணை என்பதால்

BCன் சாய்வு $m \tan 60^\circ = \sqrt{3}$

15. (a, 1) (1, 2) மற்றும் (0, b+1) என்பன ஒரே நேர்க்கோட்டில் அமையும் புள்ளிகள் எனில் $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=1$ என நிறுவுக.

A (a, 1) B (1, 2) மற்றும் C (0, b+1) என்பன கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகள்

AB ன் சாய்வு $m_1 = \frac{2-1}{1-a} = \frac{b+1-2}{0-1}$

BC ன் சாய்வு $m_2 = \frac{1}{1-a} = \frac{b-1}{-1}$

மூன்று புள்ளிகளும் ஒரே நேர்க்கோட்டில் அமையும் என்பதால் $m_1 = m_2$

(1-a) (b-1) = -1

(a - 1) (b -1) = 1

ab - a - b + 1 = 1

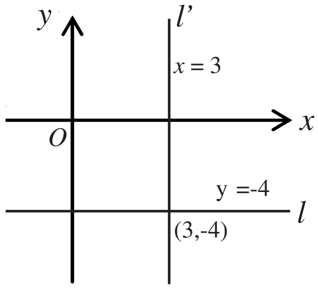
ab - a - b = 0

ab = a + b

$\frac{a}{ab}+\frac{b}{ab}=1$

இருபுறமும் abல் வகுக்க $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=1$

16. (3, -4) என்ற புள்ளி வழிச் செல்லும் மற்றும் ஆய அச்சுகளுக்கு இணையாக அமைந்த நேர்க்கோடுகளின் சமன்பாடுகளைக் காண்.



(3, -4) என்ற புள்ளி வழிச் சென்று x அச்சுக்கு இணையாகவும் உள்ள நேர்க்கோடுகள் l மற்றும் l'

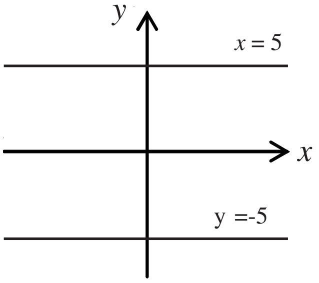
l ன் எல்லாப் புள்ளிகளின் y அச்சுத் தொலைவும் -4 ஆகும்.

எனவே, நேர்க்கோடுடன் சமன்பாடு y = -4

l' மீதுள்ள எல்லாப்புள்ளிகள் x அச்சுத்தொலைவும் 3 ஆகும்.

எனவே l' ன் சமன்பாடு $x = 3$.

17. x அச்சிலிருந்து 5 அலகுகள் தொலைவில் உள்ளதும் x அச்சுக்கு இணையானதுமான நேர்க்கோடுகளின் சமன்பாடுகளைக் காண்.



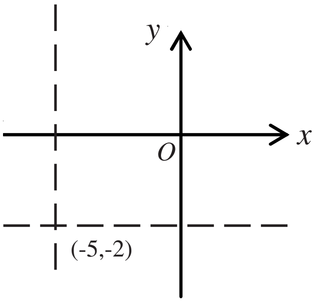
x அச்சுக்கு இணையான நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு y = k

x அச்சுக்கு இணையாகவும் x அச்சிலிருந்து 5 அலகுகள் தூரத்தில் அமைந்துள்ளதுமான நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடுகள்

y = 5 , y = -5

y - 5 = 0 , y + 5 = 0

18. (-5,-2) என்ற புள்ளி வழிச் செல்வதும் ஆய ஆச்சுகளுக்கு இணையானதுமான நேர்க்கோடுகளின் சமன்பாடுக்ளைக் காண்.



x அச்சுக்கு இணையாகவும் (-5, -2) என்ற புள்ளி வழிச் செல்வதுமான நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு y = -2

y அச்சுக்கு இணையாகவும் (-5, -2) என்ற புள்ளி வழிச் செல்வதுமான நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு x = -5

19. ஒரு நேர்க்கோடு y அச்சை ஆதிப்புள்ளிக்கு மேலாக 3 அலகுகள் தூரத்தில் வெட்டுகிறது மற்றும் $\tan\theta = 1/2$ எனில் அந்த நேர்க்கோட்டின் சமன்பாட்டை காண்.

சாய்வு $m = \tan\theta = \frac{1}{2}$ y வெட்டுத்துண்டு $c = 3$

சாய்வு வெட்டுத்துண்டு அமைப்பில் நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு $y = mx + c$

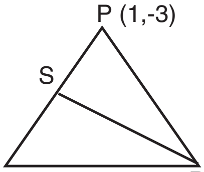
ஆகவே, தேவையான நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு $y = \frac{1}{2}x + 3$

$2y = x + 6 \Rightarrow \quad x - 2y + 6 = 0$

20. P (1, -3) Q (-2, 5) மற்றும் R (-3, 4) ஆகிய முனைகளைக் கொண்ட .ΔPQR ல் முனை R லிருந்து வரையப்படும் நடுக்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்.

P (1, -3) Q (-2, 5) மற்றும் R (-3, 4) ஆகியவை ΔPQR ன் முனைகள் M என்பது PQ ன் நடுப்புள்ளி என்க.

எனவே $M = \left(\frac{1-2}{2}, \frac{-3+5}{2}\right) = \left(\frac{-1}{2}, 1\right)$



R (-3, 4) மற்றும் $\left(\frac{-1}{2}, 1\right)$ ஆகிய புள்ளிகளை இணைக்கும் நடுக்கோடு RM ன் சமன்பாடு

$\frac{y-4}{1-4} = \frac{x-3}{-1/2+3} \Rightarrow \frac{y-4}{-3} = \frac{2(x+3)}{5}$

$6x + 5y - 2 = 0$

21. (3, 4) என்ற புள்ளி வழிச்செல்வதும், வெட்டுத்துண்டுகளின் விகிதம் 3 : 2 என உள்ளதுமான நேர்க்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்.

a, b என்பன முறையே நேர்க்கோட்டின் x மற்றும் y ன் வெட்டுத்துண்டுகள்.

ஆகவே a : b = 3 : 2 மேலும் a = 3k மற்றும் b = 2k

வெட்டுத்துண்டு அமைப்பிலான நேர்க்கோட்டு சமன்பாடு

$\frac{x}{3k} + \frac{y}{2k} = 1$ ---- (I)

இக்கோடு (3, 4) என்ற புள்ளி வழிச்செல்வதால் $\frac{3}{3k} + \frac{4}{2k} = 1 \Rightarrow \frac{1}{k} + \frac{2}{k} = 1 \Rightarrow k = 3$

k = 3 என I ல் பிரதியிட

$\frac{x}{9} + \frac{y}{6} = \Rightarrow 2x + 3y - 18 = 0$

22. $3x + 2y - 12 = 0$, $6x + 4y + 8 = 0$ ஆகிய நேர்க்கோடுகள் இணை என நிறுவுக.

$3x + 2y - 12 = 0$ ன் சாய்வு $m_1 = \frac{-3}{2}$

இவ்வாறு $6x + 4y + 8 = 0$ ன் சாய்வு $m_2 = \frac{-6}{4} = \frac{-3}{2}$

$m_1 = m_2$ ஆகவே, இவ்விரு நேர்க்கோடுகள் இணையாகும்.

23. $x + 2y + 1 = 0$, $2x - y + 5 = 0$ ஆகிய நேர்க்கோடுகள் ஒன்றுக்கு ஒன்று செங்குத்தானவை என நிறுவுக.

$x + 2y + 1 = 0$ ன் சாய்வு $m_1 = \frac{-1}{2}$

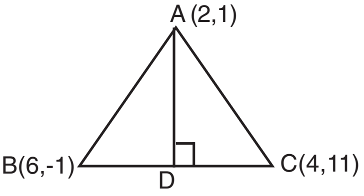
$2x - y + 5 = 0$ ன் சாய்வு $m_2 = \frac{-2}{-1} = 2$

எனவே சாய்வுகளின் பெருக்கற்பலன் $m_1 \times m_2 = \frac{-1}{2} \times 2 = -1$

ஆகவே இவ்விரு நேர்க்கோடுகள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தானவை

24. ΔABC ன் முனைகள் A (2, 1) B (6, -1) C (4, 11) என்க. Aயிலிருந்து வரையப்படும் குத்துக்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்.

BCன் சாய்வு $= \frac{11+1}{4-6} = \frac{12}{-2} = -6$



AD என்பது BCக்குச் செங்குத்து. எனவே ADன் சாய்வு $\frac{1}{6}$

AD ன் சமன்பாடு $y - y_1 = m\,(x - x_1)$

$$y - 1 = \frac{1}{6}\,(x - 2)$$

$$6y - 6 = x - 2$$

தேவையான நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு $x - 6y + 4 = 0$ ஆகும்.

25. $3x - y + 7 = 0$ என்ற நேர்க்கோட்டிற்கு இணையானது (1, -2) என்ற புள்ளி வழிச் செல்வதுமான நேர்க்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்..

$3x - y + 7 = 0$ என்ற நேர்க்கோட்டிற்கு இணையாக செல்லும் நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு $3x - y + k = 0$ இக்கோடு (1, -2) வழிச்செல்வதால் $3(1) + 2 + k = 0 \Rightarrow k = -5$ ஆகவே தேவையான நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு $3x - y - 5 = 0$

26. சாய்வு கோணம் 45° மற்றும் y வெட்டுத்துண்டு 2/5 ஆகியவற்றைக் நேர்க்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் கூறுக.

தேவையான நேர்க்கோட்டின் சாய்வு $m = \tan 45^\circ = 1$

y வெட்டுத்துண்டு $C = \frac{2}{5}$

சாய்வு வெட்டுத்துண்டு அமைப்பைக் கொண்ட நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு $y = mx+c$

$$y = x + \frac{2}{5} \Rightarrow y = \frac{5x+2}{5}$$

எனவே தேவையான நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு $5x - 5y + 2 = 0$

27. சாய்வுக்கோணம் 30° கொண்ட (4, 2) , (3, 1) ஆகிய புள்ளிகளை இணைக்கும் நேர்க்கோட்டுத்துண்டின் நடுப்புள்ளி வழிச் செல்லும் கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்.

(4, 2) மற்றும் (3, 1) ஆகிய புள்ளிகளின் நடுப்புள்ளி $= \left(\frac{7}{2}, \frac{3}{2}\right)$

சாய்வு $m = \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$

சாய்வு புள்ளி வடிவத்தின் படி கோட்டின் சமன்பாடு $y - y_1 = m\,(x - x_1)$

$$y - \frac{3}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(x - \frac{7}{2}\right) \qquad (2y - 3)\ \sqrt{3}\ (2x - 7)$$

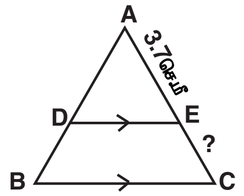
$$\frac{2y-3}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\frac{2x-7}{2}\right) \qquad 2\sqrt{3}\,y - 3\sqrt{3} = 2x - 7$$

$$(2y - 3)\ \frac{1}{\sqrt{3}} = (2x - 7) \qquad \text{எனவே } 2x - 2\sqrt{3}\,y + (3\sqrt{3} - 7) = 0$$

6. வடிவியல்

1. ΔABCல் DE||BC மற்றும் $\frac{AD}{DB} = \frac{2}{3}$. AE = 3.7 செ.மீ எனில் ECயைக் காண்க. **(June 12, June 14)**

ΔABC , DE || BC



எனவே $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ (தேல்ஸ் தேற்றம்)

$\frac{2}{3} = \frac{3.7}{EC}$

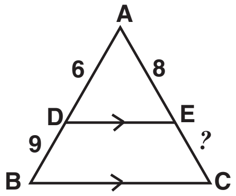
2 x EC = 3 x 3.7

EC = $\frac{3.7 \times 3}{2}$ = 5.55 செ.மீ

EC = 5.55 செ.மீ

2. D மற்றும் E ஆகிய புள்ளிகள் முறையே ΔABC ன் பக்கங்கள் AB மற்றும் AC களில் DE || BC என்றிருக்குமாறு அமைந்துள்ளன, AD = 6செ.மீ, DB = 9 செ.மீ மற்றும் AE = 8செ.மீ எனில் AC ஐக் காண்க.

ΔABC ல் DE || BC.



எனவே $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

$\frac{6}{9} = \frac{8}{EC}$

6 x EC = 8 x 9

EC = $\frac{8 \times 9}{6}$

EC = 12 செ.மீ

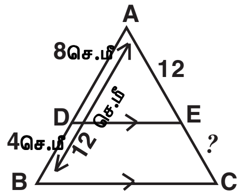
AC = AE + EC

= 8 + 12 = 20

= 20 செ.மீ

3. D, E ஆகிய புள்ளிகள் முறையே ΔABC ன் பக்கங்கள் AB மற்றும் AC களில் DE || BC என்றிருக்குமாறு அமைந்துள்ளன. AD = 8 செ.மீ, AB = 12 செ.மீ மற்றும் AE = 12 செ.மீ எனில் CE ஐ காண்க.

ΔABC ல் DE || BC.



எனவே $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

$\frac{8}{4} = \frac{12}{EC}$

8 EC = 4 x 12

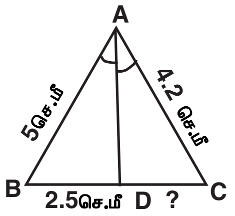
EC = $\frac{4 \times 12}{8}$

EC = 6செ.மீ

4. ΔABC ல் $\angle A$ என்ற கோணத்தின் உட்புற இருசம வெட்டி AD ஆனது பக்கம் BC யை D ல் சந்திக்கிறது. BD = 2.5 செ.மீ. AB = 5 செ.மீ மற்றும் AC = 4.2 செ.மீ எனில் DC ஐக் காண்க. **(Ap. 12, Oct. 12, 13)**

ΔABC ல் AD யானது $\angle A$ ன் உட்புறமாக இருசமவெட்டி

$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$ (கோண இருசம வெட்டி தேற்றம்)



$\frac{5}{4.2} = \frac{2.5}{DC}$

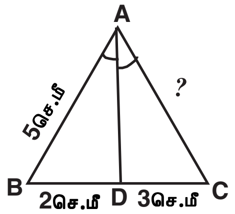
DC x 5 $= 2.5 \times 4.2$

DC $= \frac{2.5 \times 4.2}{5} = 2.1$ செ.மீ

DC = 2.1 செ.மீ

5. AD என்பது ΔABC ல் $\angle A$ ன் உட்புற் கோண இருசம வெட்டி. அது BC ஐ Dல் சந்திக்கிறது. BD = 2செ.மீ AB = 5 செ.மீ, DC = 3 செ.மீ எனில் AC காண்க.

$\angle A$ன் உட்புற இருசமவெட்டி AD



எனவே $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$

$\frac{5}{AC} = \frac{2}{3}$

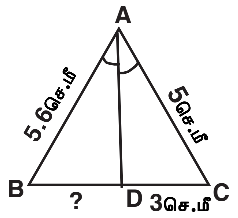
2 x AC = 3 x 5

AC $= \frac{3 \times 5}{2} = 7.5$ செ.மீ

AC = 7.5 செ.மீ

6. AD என்பது ΔABC ல் $\angle A$ ன் உட்புற இருசமவெட்டி. அது BC யை Dல் சந்திக்கிறது. AB = 5.6 செ.மீ, AC = 6 செ.மீ மற்றும் DC = 3 செ.மீ எனில் BC காண்க.

$\angle A$ ன் உட்புறமாக இருசமவெட்டி AD.



எனவே $\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$

$\frac{BD}{3} = \frac{5.6}{6}$

6 x BD = 5.6 x 3

BD $= \frac{5.6 \times 3}{6} = 2.8$செ.மீ

BD = 2.8 செ.மீ

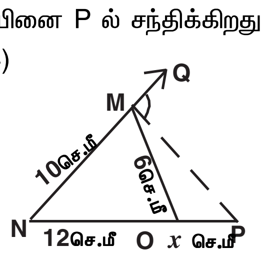
BC = BD + DC

BC = 2.8 + 3 செ.மீ = 5.8 செ.மீ

BC = 5.8 செ.மீ

7. MP என்பது ΔMNO ல் $\angle M$ ன் வெளிப்புற இருசமவெட்டி மேலும் இது NO ன் நீட்சியினை P ல் சந்திக்கிறது. MN = 10 செ.மீ, MO = 6செ.மீ, NO = 12செ.மீ எனில் OP காண்க. (July 13, Oct. 14)

$\angle M$ ன் வெளிப்புறமாக இருசமவெட்டி MP ஆகும்.



எனவே $\frac{MN}{MO} = \frac{NP}{OP}$

OP = x என்க.

PN = PO + ON = x + 12

எனவே $\frac{x+12}{x} = \frac{10}{6}$

$6(12+x) = 10 \times x$

$6x + 72 = 10x$

$72 = 10x - 6x$

$72 = 4x$

$4x = 72$

$x = \frac{72}{4} = 18$

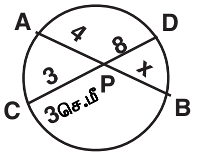
OP = 18 செ.மீ

8. கீழ்க்காணும் படத்தில் x ன் மதிப்பைக் காண்க.

AB, CD வட்ட நாண்கள்

PA x PB = PC x PD

$4 \times x = 3 \times 8$



$x = \frac{3\times8}{4}$

$x = 6$

$x = 6$

9. ஒரு வட்டத்தில் AB,CD என்னும் இரு நாண்கள் ஒன்றையொன்று உட்புறமாக Pல் வெட்டிக்கொள்கின்றன. CP = 4செ.மீ, AP = 8 செ.மீ, PB = 2 செ.மீ எனில் PD காண்க. **(Apr. 14)**

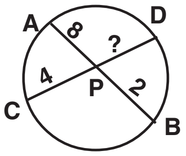
AB , CD வட்ட நாண்கள்

Pல் உட்புறமாக வெட்டிக் கொள்கின்றன.

AP x PB = CP x PD.

$8 \times 2 = 4 \times PD$

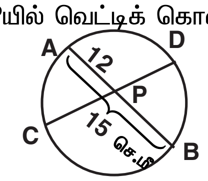
$4 \times PD = 8 \times 2$



$PD = \frac{8\times2}{4} = 4$

PD = 4செ.மீ

10. ஒரு வட்டத்தில் AB, CD என்னும் இரு நாண்கள் ஒன்றையொன்று உட்புறமாக Pயில் வெட்டிக் கொள்கின்றன. AP = 12 செ.மீ, AB = 15செ.மீ, CP = PD எனில் CD ஐக் காண்க.



AP + PB = 15 செ.மீ

12 + PB = 15 செ.மீ

PB = 15 - 12

= 3

CP = PD

AB, CD ஆகிய நாண்கள் P ல் வெட்டிக்கொள்கின்றன.

PA x PB = PC x PD

12 x 3 = PC x PC [PC = PD]

$36 = PC^2$

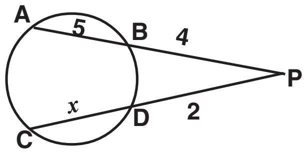
$PC^2 = 36$

$PC = \sqrt{36} = 6$

CD = PC + PD = 6 + 6 = 12 செ.மீ

CD = 12 செ.மீ

11. கீழ்க்காணும் படத்தில் x ன் மதிப்பு காண்க.



AB , CD ஆகிய நாண்கள் வெளியே வெட்டிக்கொள்கின்றன,

PA x PB = PC x PD

9 x 4 = (2 + x) x 2

(2 + x) x 2 = 9 x 4

$$2 + x = \frac{9 \times 4}{2}$$

2 + x = 18

x = 18 - 2 = 16

x = 16

12. AB , CD என்ற இரு நாண்கள் வட்டத்திற்கு வெளியே P என்ற புள்ளியில் வெட்டிக் கொள்கின்றன. AB = 4 செ.மீ., BP = 5 செ.மீ மற்றும் PD = 3 செ.மீ எனில் CD யைக் காண்க.

CD = x செ.மீ என்க.

PA x PB = PC x PD

(4 + 5) x 5 = (x + 3) x 3

9 x 5 = 3x + 9

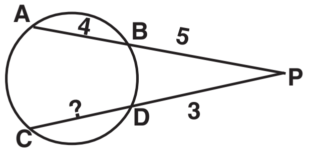
3x + 9 = 45

3x = 45 - 9

3x = 36

$$x = \frac{36}{3} = 12$$

CD = 12 செ.மீ



13. AB , CD என்ற இரு நாண்கள் வட்டத்திற்கு வெளியே P என்றப் புள்ளியில் வெட்டிக் கொள்கின்றன. BP = 3 செ.மீ, CP = 6 செ.மீ மற்றும் CD = 2 செ.மீ எனில் AB காண்க.

Let AB = x cm

PA x PB = PC x PD

(x + 3) x 3 = (2+4) x 4

3x x 9 = 6 x 4

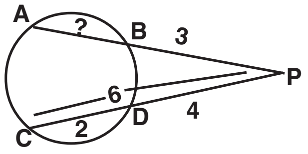
3x + 9 = 24

3x = 24 - 9

3x = 15

$$x = \frac{15}{3} = 5$$

AB = 5 செ.மீ



7. முக்கோணவியல்

1. 200 மீ நீளமுள்ள நூலினால் ஒரு காற்றாடி கட்டப்பட்டு பறந்து கொண்டிருக்கிறது. அந்த நூல் தரை மட்டத்துடன் 30° கோணம் ஏற்படுத்தினால் காற்றாடி தரைமட்டத்திலிருந்து எவ்வளவு உயரத்தில் பறக்கிறது எனக் காண்க,

BC = உயரம் = x மீ என்க

AC = நூல் = 200 மீ

$\theta = 30^\circ$

ΔABC யில்

$$\sin\theta = \frac{\text{எதிர்பக்கம்}}{\text{கர்ணம்}}$$

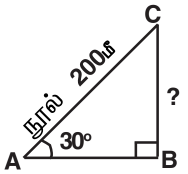
$\sin 30^\circ = \frac{x}{200}$

$\frac{1}{2} = \frac{x}{200}$

$2 \times x = 1 \times 200$

$x = \frac{200}{2} = 100$

$x = 100$ மீ



தரைமட்டத்திலிருந்து உயரம் = 100மீ

2. சுவரில் சாய்த்து வைக்கப்பட்ட ஒரு ஏணியானது தரையுடன் 60° கோணத்தை ஏற்படுத்துகின்றது. ஏணியின் அடி சுவற்றிலிருந்து 3.5 மீ தூரத்தில் உள்ளது எனில் ஏணியின் நீளம் காண்க. **(Oct 12, Apr. 13, June 15)**

AC = ஏணியின் நீளம் = x மீ எண்க,

AB = 3. 5 மீ

$\angle BAC = 60^\circ$

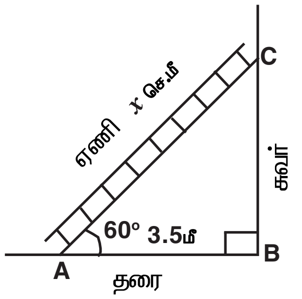
$\cos 60^\circ = \frac{\text{அடு. பக்கம்}}{\text{கர்ணம்}}$

$\cos 60^\circ = \frac{3.5}{x}$

$\frac{1}{2} = \frac{3.5}{x}$

$1 \times x = 2 \times 3.5$

$x = 7$



ஏணியின் நீளம் = 7மீ.

3. 30 மீ நீளமுள்ள ஒரு கம்பத்தின் நிழலின் நீளம் $10\sqrt{3}$ மீ எனில் சூரியனின் ஏற்றக்கோண அளவைக் காண்க. **(Mar. 12, Mar. 14)**

BC = கம்பத்தின் நீளம் = 30 மீ

AB = நிழலின் நீளம் = $10\sqrt{3}$ m, $\theta = ?$

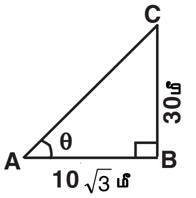
$\tan\theta = \frac{\text{எதிர்பக்கம்}}{\text{அடுத்துள்ளபக்கம்}}$

$\tan\theta = \frac{30}{10\sqrt{3}}$

$= \frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}.\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

$\tan\theta = \sqrt{3}$

$\tan 60 = \sqrt{3}$ எனவே $\theta = 60^\circ$



சூரியனின் ஏற்றக் கோணம் = 60°.

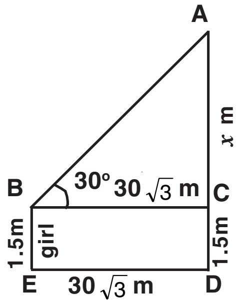
4. ஒரு கோபுரத்தின் அடியிலிருந்து $30\sqrt{3}$ மீ தொலைவில் நிற்கும் ஒரு பார்வையாளர் அக்கோபுரத்தின் உச்சியினை 30° ஏற்றக்கோணத்தில் காண்கிறார். தரைமட்டத்திலிருந்து அவருடைய கிடைநிலைப் பார்வைக்கோட்டிற்கு உள்ள தூரம் 1.5 மீ எனில் கோபுரத்தின் உயரம் காண்க.

AD = கோபுரத்தின் உயர் = x + 1.5 மீ

BC = DE = $30\sqrt{3}$ மீ

ΔABC ல் $\angle ABC = 30^\circ$

$$\tan\theta = \frac{\text{எதிர்பக்கம்}}{\text{அடுத்துள்ள பக்கம்}}$$



$$\tan\theta = \frac{x}{30\sqrt{3}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{x}{30\sqrt{3}}$$

$$x\sqrt{3} = 30\sqrt{3}$$

$$x = \frac{30\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 30$$

x = 30 மீ

கோபுரத்தின் உயரம் = x + 1.5 மீ

= 30 + 1.5 = 31. 5 மீ

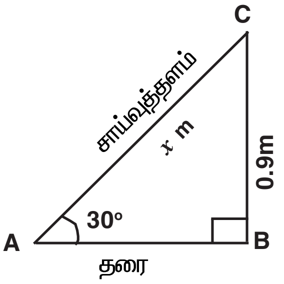
5. ஒரு சுமை ஊர்தியிலிருந்து சுமையை இறக்க ஏதுவாக 30° ஏற்றக் கோணத்தில் ஒரு சாய்வு தளம் உள்ளது. சாய்வுதளத்தின் உச்சி தரையிலிருந்து 0.9மீ உயரத்தில் உள்ளது எனில் சாய்வுதளத்தின் நீளம் என்ன**? (Oct. 14, Mar. 15)**

AC = சாய்வுதளத்தின் நீளம் = x மீ என்க.

BC = 0.9மீ

$\angle CAB = 30^\circ$

$$\sin\theta = \frac{\text{எதிர்பக்கம்}}{\text{கர்ணம்}}$$



$$\sin 30^\circ = \frac{0.9}{x}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{0.9}{x}$$

$1 \times x = 0.9 \times 2$

x = 1.8 மீ

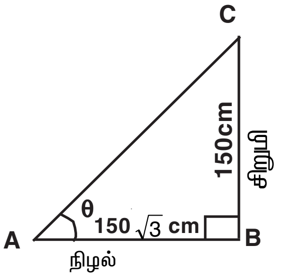
சாய்வு தளத்தின் நீளம் = 1.8 மீ.

6. உயரம் 150 செ.மீ உள்ள ஒரு சிறுமி ஒரு விளக்குக் கம்பத்தின் முன் நின்றவாறு $150\sqrt{3}$ செ.மீ நீளமுள்ள நிழலை ஏற்படுத்துகிறாள் எனில் விளக்குக் கம்பத்தின் உச்சியின் ஏற்றக்கோணம் காண்க. **(June 12)**

BC = சிறுமியின் உயரம் = 150 செ.மீ

AB = நிழல் = $150\sqrt{3}$ செ.மீ, θ = ?

$$\tan\theta = \frac{\text{எதிர்பக்கம்}}{\text{அடுத்துள்ள பக்கம்}}$$



$$\tan\theta = \frac{150}{150\sqrt{3}}$$

$$\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$. எனவே $\theta = 30^\circ$

விளக்குக் கம்பத்தின் உச்சியின் ஏற்றக்கோணம் = 30°.

7. $\frac{\sin\theta}{\operatorname{cosec}\theta}+\frac{\cos\theta}{\sec\theta} = 1$ என்ற முற்றொருமையை நிறுவு. **(June 12)**

$$\textbf{LHS} = \frac{\sin\theta}{\operatorname{cosec}\theta}+\frac{\cos\theta}{\sec\theta}$$

$$= \frac{\sin\theta}{\left(\frac{1}{\sin\theta}\right)}+\frac{\cos\theta}{\left(\frac{1}{\cos\theta}\right)}$$

$$= \frac{\sin\theta.\sin\theta}{1}+\frac{\cos\theta.\cos\theta}{1}$$

$= \sin^2\theta + \cos^2\theta$

$= 1$

= **RHS**

8. நிறுவுக $\sqrt{\frac{1-\sin\theta}{1+\sin\theta}} = \sec\theta - \tan\theta$. **(Oct. 12, June 14)**

$$\textbf{LHS} = \sqrt{\frac{1-\sin\theta}{1+\sin\theta}}$$

$$= \sqrt{\frac{1-\sin\theta}{1+\sin\theta}\times\frac{1-\sin\theta}{1-\sin\theta}}$$ (துணையிய எண்ணால் பெருக்க)

$$= \sqrt{\frac{(1-\sin\theta)^2}{1-\sin^2\theta}}$$

$$= \sqrt{\frac{(1-\sin\theta)^2}{\cos^2\theta}}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{1-\sin\theta}{\cos\theta}\right)^2}$$

$$= \frac{1-\sin\theta}{\cos\theta}$$

$$= \frac{1}{\cos\theta} - \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

$= \sec\theta - \tan\theta$

= **RHS.** என நிறுவப்படுகிறது.

9. நிறுவுக. $\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}} = \operatorname{cosec}\theta - \cot\theta$

$$\textbf{LHS} = \sqrt{\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}} = \sqrt{\frac{(1-\cos\theta)\,(1-\cos\theta)}{(1+\cos\theta)(1-\cos\theta)}}$$ (துணையிய எண்ணால் பெருக்க)

$$= \sqrt{\frac{(1-\cos\theta)^2}{1^2-\cos^2\theta}}$$

$$= \sqrt{\frac{(1-\cos\theta)^2}{\sin^2\theta}}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{1-\cos\theta}{\sin\theta}\right)^2}$$

$$= \frac{1-\cos\theta}{\sin\theta}$$

$$= \frac{1}{\sin\theta} - \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$$

$= \text{cosec}\theta - \cot\theta$

= **RHS** என நிறுவப்படுகிறது

10. நிறுவுக $\frac{\cos\theta}{\sec\theta - \tan\theta} = 1 + \sin\theta$. **(June 13)**

LHS $= \frac{\cos\theta}{\sec\theta - \tan\theta}$

$$= \frac{\cos\theta}{\left(\frac{1}{\cos\theta} - \frac{\sin\theta}{\cos\theta}\right)}$$

$$= \frac{\cos\theta}{\left(\frac{1-\sin\theta}{\cos\theta}\right)}$$

$$= \frac{\cos\theta.\cos\theta}{1-\sin\theta}$$

$$= \frac{\cos^2\theta}{1-\sin\theta} = \frac{1-\sin^2\theta}{1-\sin\theta} = \frac{1^2-\sin^2\theta}{1-\sin\theta}$$

$$= \frac{(1+\sin\theta)(1-\sin\theta)}{(1-\sin\theta)}$$

$= 1 + \sin\theta$

= **RHS**

11. நிறுவுக $\frac{\sin\theta}{\text{cosec}\theta + \cot\theta} = 1 - \cos\theta$ **(Oct. 14)**

LHS $= \frac{\sin\theta}{\text{cosec}\theta + \cot\theta}$

$$= \frac{\sin\theta}{\left(\frac{1}{\sin\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta}\right)}$$

$$= \frac{\sin\theta}{\left(\frac{1+\cos\theta}{\sin\theta}\right)}$$

$$= \frac{\sin\theta.\sin\theta}{1+\cos\theta}$$

$$= \frac{\sin^2\theta}{1+\cos\theta} = \frac{1-\cos^2\theta}{1+\cos\theta} = \frac{1^2-\cos^2\theta}{1+\cos\theta}$$

$= \frac{(1+\cos\theta)(1-\cos\theta)}{(1+\cos\theta)}$

$= 1 - \cos\theta$

= **RHS** என நிறுவப்படுகிறது

12. நிறுவுக $\sqrt{\sec^2\theta + \operatorname{cosec}^2\theta} = \tan\theta + \cot\theta$ **(Mar. 14, Mar. 15)**

LHS $= \sqrt{\sec^2\theta + \operatorname{cosec}^2\theta}$ $\sec^2\theta = 1 + \tan^2\theta$

$= \sqrt{(1+\tan^2\theta) + (1+\cot^2\theta)}$ $\operatorname{cosec}^2\theta = 1 + \cot^2\theta$

$= \sqrt{\tan^2\theta + 2 + \cot^2\theta}$ $\tan\theta .\cot\theta = \tan\theta \times \frac{1}{\tan\theta}$

$= \sqrt{\tan^2\theta + 2\tan\theta.\cot\theta + \cot^2\theta}$ $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$

$= \sqrt{(\tan\theta + \cot\theta)^2}$

$= \tan\theta + \cot\theta$

= **RHS**

13. நிறுவுக $\frac{1+\sec\theta}{\sec\theta} = \frac{\sin^2\theta}{1-\cos\theta}$ **(Oct. 13)**

L.H.S. $= \frac{1+\sec\theta}{\sec\theta}$

$= \frac{\left(1+\frac{1}{\cos\theta}\right)}{\left(\frac{1}{\cos\theta}\right)}$

$= \frac{\left(\frac{\cos\theta+1}{\cos\theta}\right)}{\left(\frac{1}{\cos\theta}\right)}$

$= \frac{(\cos\theta+1) \times \cos\theta}{\cos\theta \times 1} = 1 + \cos\theta$

$= (1 + \cos\theta)\frac{(1-\cos\theta)}{(1-\cos\theta)}$ (துணையிய எண்ணால் பெருக்க)

$= \frac{1-\cos^2\theta}{1-\cos\theta}$

$= \frac{\sin^2\theta}{1-\cos\theta}$

= **R.H.S.** என நிறுவப்படுகிறது

14. நிறுவுக $(\sin^6\theta + \cos^6\theta) = 1 - 3\sin^2\theta\cos^2\theta$ **(Mar. 12)**

LHS $= \sin^6\theta + \cos^6\theta$ $a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$

$= (\sin^2\theta)^3 + (\cos^2\theta)^3$

$= (\sin^2\theta + \cos^2\theta)^3 - 3\sin^2\theta\cos^2\theta(\sin^2\theta + \cos^2\theta)$

$= (1)^3 - 3\sin^2\theta.\cos^2\theta \times 1$

$= 1 - 3\sin^2\theta.\cos^2\theta$

= **RHS** என நிறுவப்படுகிறது

15. நிறுவுக. $\frac{\sin\theta}{1-\cos\theta}$ = cosecθ + cotθ.

L.H.S. $= \frac{\sin\theta}{1-\cos\theta}$

$= \frac{\sin\theta(1+\cos\theta)}{(1-\cos\theta)(1+\cos\theta)}$

$= \frac{\sin\theta(1+\cos\theta)}{1-\cos^2\theta}$

$= \frac{(1+\cos\theta)}{\sin\theta}$

$= \frac{1}{\sin\theta}+\frac{\cos\theta}{\sin\theta}$

= cosecθ + cotθ

= RHS

16. இம்முறைகளில் பயிற்சி செய்து பாருங்கள்.

i) $\sec^2\theta + \mathrm{cosec}^2\theta = \sec^2\theta \, \mathrm{cosec}^2\theta$

vi) $\frac{1+\cos\theta-\sin^2\theta}{\sin\theta(1+\cos\theta)} = \cot\theta$

vii) $\sec\theta\,(1-\sin\theta)\,(\sec\theta + \tan\theta) = 1$

8. அளவியல்

1. ஒரு திண்ம நேர்வட்ட உருளையின் ஆரம் 7 செ.மீ மற்றும் உயரம் 20 செ.மீ எனில் அதன் i) வளைபரப்பு ii) மொத்தப்புறப்பரப்பு ஆகியவற்றைக் காண்க. (π = 22/7 என்க)

தீர்வு :

இங்கு r = 7 செ.மீ மற்றும் h = 20 செ.மீ

i) வளைபரப்பு = 2 πrh

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 20$

= 880 ச.செ.மீ

ii) மொத்தப்புறப்பரப்பு = 2πr (h+r)

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times (20+7)$

= 44 x 27

= 1188 ச.செ.மீ

2. ஒரு திண்ம நேர்வட்ட உருளையின் ஆரம் 14 செ.மீ மற்றும் உயரம் 8 செ.மீ எனில் அதன் வளைபரப்பு மற்றும் மொத்தப் புறப்பரப்பைக் காண்க.

தீர்வு:

இங்கு r = 14 செ.மீ, h = 8 செ.மீ

வளைபரப்பு = 2 πrh

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 14 \times 8$

= 704 ச.செ.மீ

மொத்தப்புறப்பரப்பு = 2πr (h+r)

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 14 \times (8+14)$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 14 \times 22$

$= 1936$ ச.செ.மீ

3. ஒரு திண்ம உருளையின் ஆரம் 14 செ.மீ அதன் உயரம் 30 செ.மீ எனில், அவ்வுருளையின் கன அளவைக் காண்க.

தீர்வு:

இங்கு.t $r = 14$ செ.மீ, $h = 30$ செ.மீ

உருளையின் கன அளவு $= \pi r^2 h$

$= \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \times 30$

$= 18480$ செ.மீ^{3}

4. ஒரு மருத்துவமனையிலுள்ள நோயாளி ஒருவருக்கு தினமும் 7 செ.மீ விட்டமுள்ள உருளை வடிவ கிண்ணத்தில் வடிச்சாறு வழங்கப்படுகிறது. அப்பாத்திரத்தில் 4 செ.மீ உயரத்திற்கு வடிச்சாறு ஒரு நோயாளிக்கு வழங்கப்பட்டால். 250 நோயாளிகளுக்கு வழங்கத் தேவையான வடிச்சாறின் கன அளவைக் காண்க.

தீர்வு:

இங்கு $2r = 7$ செ.மீ, $h = 4$ செ.மீ

$\therefore\ r = \frac{7}{2}$ செ.மீ

ஒரு நோயாளிக்கு தேவையான வடிச்சாறின் கன அளவு $= \pi r^2 h$

$= \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times 4$

$= 154$ செ.மீ^{3}

250 நோயாளிக்கு தேவையான வடிச்சாறின் கனஅளவு $= 250 \times 154$

$= 38500$ செ.மீ^{3} $= \frac{38500}{1000}$ லி

$= 38.5$ லிட்டர் 1 litre = 1000 செ.மீ^{3}

5. 62.37 க.செ.மீ கனஅளவு கொண்ட ஒரு திண்ம நேர்வட்ட உருளையின் உயரம் 4.5 செ.மீ எனில் அவ்வுருளையின் ஆரத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

இங்கு $h = 4.5$ செ.மீ

உருளையின் கன அளவு $= 62.37$ க.செ.மீ

i.e. $\pi r^2 h = 62.37$ செ.மீ^{3}

$r^2 = \frac{62.37}{\pi h}$

$= 62.37 \times \frac{7}{22} \times \frac{1}{4.5}$

$= 4.41$

$r = \sqrt{4.41} = 2.1$ செ.மீ

6. இரண்டு நேர்வட்ட உருளைகளின் ஆரங்களின் விகிதம் 2 : 3, மேலும் உயரங்களின் விகிதம் 5 : 3 எனில். அவற்றின் கன அளவுகளின் விகிதத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

இங்கு $r_1 : r_2 = 2 : 3$ மற்றும் $h_1 : h_2 = 5 : 3$

$r_1 = 2x$, $r_2 = 3x$, $h_1 = 5y$ மற்றும் $h_2 = 3y$

கனஅளவுகளின் விகிதம் $= \pi r_1^2 h_1 : 2\pi r_2^2 h_2$

$= r_1^2 h_1 : r_2^2 h_2$

$= 2x \times 2x \times 5y : 3x \times 3x \times 3y$

$= 20 : 27$

7. ஒரு திண்ம நேர்வட்டக் கூம்பின் ஆரம் மற்றும் சாயுயரம் முறையே 35 செ.மீ மற்றும் 37 செ.மீ எனில் கூம்பின் வளைபரப்பு மற்றும் மொத்தப்புறப்பரப்பைக் காண்க, ($\pi = \frac{22}{7}$ என்க)

தீர்வு:

இங்கு, r = 35 செ.மீ, l = 37 செ.மீ

வளைபரப்பு $= \pi r l$

$= \frac{22}{7} \times 35 \times 37$

= 4070 ச.செ.மீ

மொத்தப்புறப்பரப்பு $= \pi r (l+r)$

$= \frac{22}{7} \times 35 (37 + 35)$

$= \frac{22}{7} \times 35 \times 72$

= 7920 ச.செ.மீ

8. ஒரு திண்ம நேர்வட்டக்கூம்பின் அடிச்சுற்றளவு 236 செ.மீ மற்றும் அதன் சாயுயரம் 12 செ.மீ எனில், அக்கூம்பின் வளைப்ரப்பைக் காண்க.

தீர்வு :

இங்கு, கூம்பின் அடிச்சுற்றளவு = 236 செ.மீ, $\ell = 12$ செ.மீ

ie $2\pi r$ = 236 செ.மீ

$\therefore \pi r$ = 118 செ.மீ

கூம்பின் வளைபரப்பு $= \pi r \ell$

$= 118 \times 12$

$= 1416 \text{ cm}^2$

9. மரத்தினாலான ஒரு திண்மக் கூம்பின் அடிச்சுற்றளவு 44 செ.மீ மற்றும் அதன் உயரம் 12 செ.மீ எனில் அத்திண்மக் கூம்பின் கன அளவைக் காண்க.

தீர்வு:

கூம்பின் அடிச்சுற்றளவு = 44 மீ மற்றும் h = 12 மீ

ie $2\pi r = 44$

$\pi r = 22$

$r = \frac{22}{\pi}$

$= \frac{22 \times 7}{22}$

r = 7 மீ

கூம்பின் கனஅளவு $= \frac{1}{3} \pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 12$

= 616மீ^{2}

10. ஒரு நேர்வட்டக்கூம்பின் கனஅளவு 216π க.செ.மீ மற்றும் அக்கூம்பின் ஆரம் 9 செ.மீ எனில் அதன் உயரத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

கூம்பின் கனஅளவு = 216π க.செ.மீ, r = 9 செ.மீ

$$\text{i.e. } \frac{1}{3}\pi r^2 h = 216\pi$$

$$\frac{1}{3}\pi \times 9 \times 9 \times h = 216\pi$$

$$h = \frac{216\times3}{9\times9} = 8$$

= 8 செ.மீ

11. 14 செ.மீ பக்க அளவுகள் கொண்ட ஒரு கனச்சதுரத்தில் இருந்து வெட்டியெடுக்கப்படும் மிகப்பெரிய கூம்பின் கன அளவைக் காண்க.

தீர்வு:

இங்கு கனச்சதுரத்தின் பக்க அளவு =14 செ.மீ

$\therefore$ கூம்பின் ஆரம் $= \frac{14}{2} = 7$ செ.மீ

கூம்பின் உயரம் = 14 செ.மீ

$\therefore$ கூம்பின் கனஅளவு $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 14$$

= 718.67 செ.மீ^{3}

12. ஒரு இடைக்கண்ட வடிவிலான வாளியின் மேற்புற மற்றும் அடிப்புற ஆரங்கள் முறையே 15 செ.மீ மற்றும் 8 செ.மீ. மேலும், ஆழம் 63 செ.மீ எனில், அதன் கொள்ளளவை லிட்டரில் காண்க. ($\pi = \frac{22}{7}$)

தீர்வு:

இங்கு R = 15செ.மீ, r = 8 செ.மீ மற்றும் h = 63செ.மீ

வாளியின் கனஅளவு $= \frac{1}{3}\pi h (R^2 + r^2 + Rr)$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 63 \times (15^2 + 8^2 + 15 \times 8)$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 63 \times (225 + 64 + 120)$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 63 \times 409$$

= 26994 க.செ.மீ

$= \frac{26994}{1000}$ லி

= 26.994 லி

13. 7 மீ உள்விட்டமுள்ள ஒரு உள்ளீடற்ற கோளத்தினுள் உட்புறமாக ஒரு சர்க்கஸ் வீரர் மோட்டார் சைக்கிளில் சாகசம் செய்கிறார். அந்த சாகச வீரர் சாகசம் செய்யக் கிடைத்திடும் உள்ளீடற்றக் கோளத்தின் உட்புறப்பரப்பைக் காண்க. ($\pi = \frac{22}{7}$)

தீர்வு:

இங்கு, விட்டம் = 7மீ $\Rightarrow$ r = 7/2 மீ

சாகசம் செய்ய கிடைத்திடும் பரப்பு = $4\pi r^2$

$= 4 \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2}$

= 154 ச.மீ

14. அரைக்கோள வடிவ கிண்ணத்தின் தடிமன் 0.25 செ.மீ அதன் உட்புற ஆரம் 5 செ.மீ எனில் அக் கிண்ணத்தின் வெளிப்புற வளைபரப்பைக் காண்க. ($\pi = \frac{22}{7}$)

தீர்வு:

இங்கு w = 0.25 செ.மீ , r = 5 செ.மீ

$\therefore R = r + w$

$= 5 + 0.25 = 5.25$ செ.மீ

$\therefore$ வெளிப்புற வளைபரப்பு $= 2\pi R^2$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 5.25 \times 5.25$

= 173.25 ச.செ.மீ

15. 98.56 ச.செ.மீ புறப்பரப்புக் கொண்ட ஒரு திண்மக் கோளத்தின் ஆரத்தைக் காண்க.

தீர்வு :

இங்கு, புறப்பரப்பு = 98.56க.செ.மீ

ie $4\pi r^2 = 98.56$

$4 \times \frac{22}{7} \times r^2 = 98.56$

$r^2 = \frac{98.56 \times 7}{4 \times 22} = 7.84$

$r = \sqrt{7.84} = 2.8$

r = 2.8 செ.மீ

16. 8.4 செ.மீ விட்டம் கொண்ட ஒரு கோளவடிவ திண்ம உலோக எறிகுண்டின் கன அளவைக் காண்க. ($\pi = \frac{22}{7}$)

தீர்வு:

2r = 8.4 செ.மீ $\Rightarrow$ r = 4.2 செ.மீ

உலோக எறிகுண்டின் கனஅளவு $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 4.2 \times 4.2 \times 4.2$

= 310.464 க.செ.மீ

17. ஒரு உள்ளீடற்ற கோளத்தின் வெளி மற்றும் உள் ஆரங்கள் முறையே 12 செ.மீ மற்றும் 10 செ.மீ எனில் அக்கோளத்தின் கன அளவைக் காண்க.

தீர்வு:

இங்கு R = 12 செ.மீ r = 10 செ.மீ

கனஅளவு $= \frac{4}{3} \pi (R^3 - r^3)$

$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} (12^3 - 10^3)$

$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} (1728 - 1000)$

$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 728$

= 3050 .66 க.செ.மீ

18. ஓர் அரைக்கோளத்தின் கனஅளவு 1152π க.செ.மீ. எனில், அதன் வளைபரப்பு காண்க.

தீர்வு:

இங்கு அரைக்கோளத்தின் கனஅளவு $= 1152\pi$

$$\text{ie } \frac{2}{3}\pi r^3 = 1152\,\pi$$

$$r^3 = \frac{1152 \times 3}{2}$$

$$= 1728$$

$$r = \sqrt[3]{1728} = 12 \text{ செ.மீ}$$

வளைபரப்பு $= 2\pi r^2 = 2 \times \pi \times 144 = 288\pi$ச.செ.மீ.

11. புள்ளியியல்

1. 43, 24, 38, 56, 22, 39, 45 வீச்சு மற்றும் வீச்சுக்கெழு காண்க.

$L = 56, S = 22$

i) வீச்சு $= L - S = 56 - 22 = 34$

$= 34$

ii) வீச்சுக்கெழு $= \frac{L-S}{L+S} = \frac{34}{78} = 0.436$

2. 59, 46, 30, 33, 27, 40, 52,35, 29 வீச்சு மற்றும் வீச்சுக்கெழு காண்க.

$L = 59, \ S = 23$

தீர்வு $= L - S$

$= 59 - 23 = 36$

வீச்சுக்கெழு $= \frac{L-S}{L+S} = \frac{36}{82}$

$= 0.44$

3. ஒரு புள்ளி விவர தொகுப்பின் மீப்பெரு மதிப்பு 7.44, வீச்சு 2.26, எனில் மீச்சிறு மதிப்பு என்ன?

வீச்சு $= L - S$ வீச்சு $= 2.26$, $L = 7.44$

$2.26 = 7.44 - S \Rightarrow S = 7.44 - 2.26$

$= 5.18$

4. ஒரு புள்ளி விவரத்தின் மீச்சிறு மதிப்பு 12, வீச்சு 59, எனில் மீப்பெரு மதிப்பு என்ன?

வீச்சு $= L - S$ வீச்சு $= 59$ and $S = 12$

$59 = L - 12 \Rightarrow L = 59 + 12 = 71$

5. ஒரு புள்ளி விவரத்தின் மிகப்பெரிய மதிப்பு 3.84 கி.கி. வீச்சு 0,46 கி.கி. மீச்சிறு மதிப்பு என்ன?

வீச்சு $= L - S$ $L = 3.84$ வீச்சு $= 0.46$

$0.46 = 3.84 - S \Rightarrow S = 3.84 - 0.46 = 3.38$ Kg

6. முதல் 10 இயல் எண்களின் திட்டவிலக்கம் காண்க.

முதல் n இயல் எண்களின் திட்டவிலக்கம் $= \sqrt{\frac{n^2-1}{12}}$; $n = 10$

$$= \sqrt{\frac{10^2-1}{12}} = \sqrt{\frac{100-1}{12}} = \sqrt{\frac{99}{12}} \simeq 2.87$$

7. முதல் 13 இயல் எண்களின் திட்டவிலக்கம் என்ன?

முதல் n இயல் எண்களின் திட்ட விலக்கம் = $\sqrt{\dfrac{n^2-1}{12}}$; $n = 13$

$$= \sqrt{\frac{13^2-1}{2}} = \sqrt{\frac{169-1}{12}} = \sqrt{\frac{168}{12}} = \sqrt{14} \simeq 3.74$$

8. ஒரு புள்ளி விவரத்தின் மாறுபாட்டுக் கெழு 57, திட்டவிலக்கம் 6.84 எனில் கூட்டு சராசரி காண்க.

$$C.V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100\ \%, \quad C.V. = 57, \ \sigma = 6.84$$

$$57 = \frac{6.84}{\bar{x}} \times 100 \Rightarrow \bar{x} = \frac{684}{57} = 12$$

9. $n = 10$ $\bar{x} = 12$ $\sum x^2 = 1530$ மாறுபாட்டுக் கெழு கணக்கிடுக.

விலக்க வர்க்க சராசரி $\sigma^2 = \dfrac{\sum x^2}{n} - (\bar{x})^2 = \dfrac{1530}{10} - (12)^2$

$= 153 - 144 = 9$

$\sigma = \sqrt{9} = 3$

$C.V. = \dfrac{\sigma}{\bar{x}} \times 100\ \%$

$C.V. = \dfrac{3}{12} \times 100 = 25\%$

12. நிகழ்தகவு

1. முதல் இருபது இயல் எண்களிலிருந்து ஒரு முழு எண் தேர்ந்தெடுக்கப்படுகிறது, அந்த எண் ஒரு பகா எண் ஆக இருக்க நிகழ்தகவு யாது?

   S = {1, 2, 3, ... 20}, ie. n (S) = 20

   பகா எண் A = {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19}, n (A) = 8

   $$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$$

2. 35 பொருட்கள் அடங்கிய கூறு ஒன்றில் 7 பொருள் குறைபாடுடையன, குறைபாடற்ற பொருளாக இருக்க நிகழ்தகவு யாது?

   n(S) = 35

   குறைபாடு உடைய்வை = 7

   குறைபாடற்றவை = 35 – 7 = 28, n(A) = 28

   $$P(A) = \frac{28}{35} = \frac{4}{5}$$

3. ஒரு வகுப்பில் 35 மாணவர்களில் 20 பேர் ஆண்கள், 15 பேர் பெண்கள், தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட ஒரு மாணவர் (i) ஆணாக (ii) பெண்ணாக இருக்க நிகழ்தகவு காண்க.

   n(S) = 35

   i) ஆண் : A, n(A) = 20

   $$P(A) = \frac{20}{35} = \frac{4}{7}$$

ii) பெண் : B, n(B) = 15

$$P(B) = \frac{15}{35} = \frac{3}{7}$$

4. ஒரு குறிப்பிட்ட நாளில் மழை வருவதற்கான நிகழ்தகவு 0,76, மழை வராமல் இருக்க நிகழ்தகவு யாது?

மழை வருவதற்கு A எனவும், மழை வராமல் இருக்க $\overline{A}$ எனவும் கொள்க.

$P(A) = 0.76 \qquad (P(A) + P(\overline{A}) = 1)$

$P(\overline{A}) = 1 - 0.76 = 0.24$

5. சமவாய்ப்பு முறையில் சாதாரண வருடத்தில் 53 வெள்ளிக் கிழமைகள் இருக்க நிகழ்தகவு யாது?

சாதாரண வருடம் = 365 = 52 வாரங்கள் + ஒரு நாள்

52 வாரங்கள் = 52 வெள்ளிக்கிழமைகள்

1 நாளில் {திங்கள், செவ்வாய், புதன், வியாழன், வெள்ளி, சனி, ஞாயிறு}

n(S) = 7

A = {வெள்ளி}, n(A) = 1, $P(A) = \frac{1}{7}$

6. சமவாய்ப்பு முறையில் நெட்டாண்டில் 53 வெள்ளிக்கிழமை இருக்க நிகழ்தகவு யாது?

நெட்டாண்டு = 366 = 52 வாரங்கள் + இரு நாட்கள்

52 வாரங்கள் = 52 வெள்ளிக்கிழமைகள்

2 நாட்கள் என்பது = {(ஞா, தி) (தி, செ) (செ,பு) (பு,வி) (வி,வெ) (வெ,ச) (ச,ஞா)}

n (S) = 7

A = {(வியா, வெள்ளி (வெள்ளி, சனி)}

n (A) = 2

$$P(A) = \frac{2}{7}$$

7. 1–100 வரை உள்ள சீட்டில் 10 ஆல் வகுபடும் எண் இருக்க நிகழ்தகவு காண்.

n(S) = 100

10 ஆல் வகுபடும் எண் : A = {10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100}

n(A) = 10

$$P(A) = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$$

8. ஒரு சீரான பகடை இரண்டு முறை உருட்டப்படுகிறது. முக எண் கூடுதல் 9 கிடைக்க நிகழ்தகவு?

S = {(1, 1) (1, 2) (1,3) (1, 4) (1,5) (1,6) (2, 1) (2,2) (2,3) (2,4) (2,5) (2,6)
(3,1) (3, 2) (3, 3) (3, 4) (3,5), (3,6), (4, 1) (4,2) (4,3) (4,4) (4,5) (4,6)
(5,1) (5,2) (5,3) (5,4) (5,5) (5,6) (6,1) (6,2) (6,3) (6,4) (6, 5) (6, 6)},

n(S) = 36

முக எண் கூடுதல் 9 : A = {(3, 6) (4, 5) (5, 4) (6, 3)}

n(A) = 4

$$P(A) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

9. 12 நல்ல முட்டைகளுடன் 3 அழுகிய முட்டைகள், ஒரு முட்டை அழுகியதாக இருக்க நிகழ்தகவு யாது?

n(S) = 12 + 3 = 15

அழுகிய முட்டை: A n(A) = 3

$$P(A) = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$$

10. இரு நாணயங்கள் சுண்டும் போது, அதிகபட்சமாக ஒரு தலை கிடைக்க நிகழ்தகவினைக் காண்க.

$S = \{HH, HT, TH, TT\}$ $n(S) = 4$

அதிகபட்ச ஒரு தலை : A ; $A = \{HT, TH, TT\}$

$n(A) = 3$

$$P(A) = \frac{3}{4}$$

11. 1 முதல் 6 எண் வரை 6 வெள்ளை நிற பந்து, 7 முதல் 10 வரை 4 சிவப்பு நிற பந்து ஒரு பந்து எடுக்கப்படுகிறது, i) இரட்டை எண் கொண்ட பந்து ii) வெள்ளை நிற பந்து

$n(S) = 6 + 4 = 10$

இரட்டை எண் : $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$; $n(A) = 5$

$$P(A) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

வெள்ளைப் பந்து : $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$; $n(B) = 6$

$$P(B) = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

12. 1–20 வரை உள்ள முழு எண், அந்த எண் 4ன் மடங்காக இருக்க நிகழ்தகவு என்ன?

$n(S) = 20$

4ன் மடங்கு : $A = \{4, 8, 12, 16, 20\}$; $n(A) = 5$

$$P(A) = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$$

13. மூன்று பகடைகள் ஒரே நேரத்தில் உருட்டப்படுவதில் மூன்றிலும் ஒரே எண் ஆக இருக்க நிகழ்தகவு?

$S = \{(1, 1, 1) ...... (6,6, 6)\}$ $n(S) = 6 \times 6 \times 6 = 216$

$A = \{(1, 1, 1) (2, 2, 2) (3, 3, 3) (4, 4, 4) (5, 5, 5) (6, 6, 6)$

$n(A) = 6$

$$P(A) = \frac{6}{216} = \frac{1}{36}$$

14. 52 சீட்டுகள் கட்டிலிருந்து ஒரு சீட்டு i) கருப்பு இராசா ii) ஸ்பேடு இருக்க நிகழ்தகவு?

$n(S) = 52$

i) கருப்பு இராசா: A; $n(A) = 2$; $P(A) = \frac{2}{52} = \frac{1}{26}$

ii) ஸ்பேடு : B; $n(B) = 13$; $P(B) = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$